

УДК 536.242

**Симоновский А.Я. [Simonovskij A. Ja.],
Гришанина О.А. [Grishanina O.A.],
Яновский А.А. [Janovskij A.A.],
Литвин Д.Б. [Litvin D.B.]**

ГИДРОСТАТИКА МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙСЯ ПЛАСТИНЫ

**Hydrostatics of a magnetic fluid in the vicinity
of a magnetized plate**

Предложена математическая модель, позволяющая описать формы свободной поверхности магнитной жидкости, окружающие тонкую плоскую намагничиваемую пластину с бесконечной магнитной восприимчивостью. Решены уравнения Максвелла и уравнения гидростатики для магнитной жидкости с соответствующими граничными условиями на свободной поверхности магнитной жидкости. Методами теории функций комплексной переменной найдены распределение магнитного поля и давления в магнитной жидкости, окружающей пластину. Выписано уравнение формы свободной поверхности магнитной жидкости вблизи пластины и приведены графики равновесных форм свободной поверхности магнитной жидкости в окрестности пластины для различных объемов жидкости, и угла между пластиной и вектором внешнего магнитного поля. Показано, что малые объемы магнитной жидкости сосредоточены вблизи краев пластины в виде капель. С увеличением объема жидкости вблизи центральной части плиты образуются воздушные полости. Размер полостей уменьшается при увеличении объема жидкости. Приведены результаты экспериментов, подтверждающие данную картину распределения полостей вблизи поверхности пластины.

The theory allowing to describe possible free surface shapes of the magnetic fluid surrounding the thin flat magnetizable plate with infinite magnetic susceptibility is presented. In order to solve the Maxwell's equations and hydrostatics equation for magnetic fluid together with appropriate boundary conditions at the magnetic fluid free surface the methods of the theory of complex variable are used. Distribution of the magnetic field and pressure in the magnetic fluid surrounding the plate are found. The equation describing the free surface shapes of the magnetic fluid is derived. The graphs of the free surface shapes of the magnetic fluid near the plate are given for various values of the volume of the fluid surrounding the plate. The angle between the plate and the applied external magnetic field vector in infinity is supposed to be equal to zero, 90°, 45° and 135°. The free surface shapes are shown to be dependent on the plate size, its orientation relative to the applied magnetic field vector, magnitude of the magnetic field and the magnetic fluid volume surrounding the plate. It is shown that the small volumes of the magnetic fluid is concentrated near the edges of the plate in the form of drops. As the fluid volume increases the size of the drops increases too. At the certain critical magnetic fluid volume the drops are linked at the certain distance from the plate. Near the central part of plate the vapor cavities are being formed. The size of the cavities is decreasing when the fluid volume is increasing.

Ключевые слова: магнитная жидкость, теплообмен, гидродинамика, стальная пластина, магнитное поле.

Key words: magnetic fluid, heat transfer, hydrodynamics, steel plate, magnetic field.

Введение

Экспериментальные исследования и теоретический анализ форм свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей намагничивающиеся цилиндр и шар при наличии приложенного внешнего магнитного

поля проводились в работах [1–6]. Экспериментальное исследование формы свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей намагничивающуюся пластину, частично описано в [5].

В данной работе сделана попытка математического моделирования распределения магнитной жидкости, вблизи намагничивающейся пластины, в приложенном внешнем магнитном поле и сравнения с экспериментальными наблюдениями этого распределения. Изучаемое распределение оказывает влияние на теплообменные и гидродинамические процессы при охлаждении пластины в магнитной жидкости и при стационарном кипении ее на плоской горизонтальной поверхности [6–10].

Найдено распределение магнитного поля и давления в магнитной жидкости, окружающей пластину. Выведено уравнение, описывающее формы свободной поверхности магнитной жидкости. Построены графики распределения свободной поверхности магнитной жидкости в окрестности пластины при различных объемах жидкости, окружающей пластину. Приведены данные экспериментов, подтверждающих найденные теоретически распределения свободной поверхности магнитной жидкости в окрестности пластины.

Материалы и методы

Постановка задачи. Рассмотрим задачу о распределении свободной поверхности магнитной жидкости в окрестности пластины с бесконечно большой магнитной проницаемостью. Пластина предполагается плоской неограниченной по высоте и шириной $2a$. Внешнее постоянное магнитное поле H_0 на удалении от пластины перпендикулярен вектору силы тяжести. Угол между вектором внешнего магнитного поля H_0 и плоскостью пластины, равен α . Ось x декартовой системы координат x, y направлена вдоль вектора магнитного поля H_0 . Начало декартовой системы координат x, y находится в центре пластины. Магнитное поле на удалении от пластины считается однородным. Силой тяжести пренебрегается. Задача, рассматривается как плоская относительно горизонтального сечения пластины.

Исходная система уравнений рассматривается в приближении феррогидродинамики и состоит из уравнений для магнитного поля H и магнитной индукции B , записанных для областей пространства, занятых магнитной жидкостью и граничащим с ней воздухом, и уравнения равновесия магнитной жидкости [11]

$$\operatorname{div} B = 0, \operatorname{rot} H = 0, B = \mu H, \quad (1)$$

$$-\nabla p + M \nabla H = 0. \quad (2)$$

Здесь $\mu = \mu(H)$ – магнитная проницаемость магнитной жидкости;

p – давление в магнитной жидкости;

M – вектор намагниченности магнитной жидкости.

В поле перпендикулярном к поверхности пластины с бесконечно большой магнитной проницаемостью тангенциальная компонента поля отсутствует. На поверхности раздела магнитная жидкость-воздух должны выполняться условия непрерывности нормальной и тангенциальной компонент полного тензора напряжений. Вдали от пластины величина и направление магнитного поля стремятся к вектору H_0 – вектору приложенного внешнего магнитного поля.

Непрерывность нормальной компоненты тензора напряжений на поверхности раздела магнитная жидкость-воздух приводит к соотношению [12]

$$p - p_a = -2\pi M_n^2 + \sigma(1/R_1 + 1/R_2). \quad (3)$$

Здесь p_a – давление в воздухе;
 p – давление в магнитной жидкости вблизи границы раздела магнитная жидкость-воздух;
 M_n – нормальная компонента намагниченности на свободной поверхности магнитной жидкости;
 σ – коэффициент поверхностного натяжения;
 R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны поверхности магнитной жидкости.

Из соотношений (2) и (3) следует, что на свободной поверхности магнитной жидкости выполняется условие

$$\int_0^H M dH + 2\pi M_n^2 - \sigma(1/R_1 + 1/R_2) = const. \quad (4)$$

При намагниченности жидкости M малой по сравнению с приложенным внешним магнитным полем H_0 , вторым слагаемым в формуле (4) можно пренебречь по сравнению с первым.

При намагниченности жидкости равной M_s – намагниченность насыщения ($M_s \approx 10^4$ А/м). При значении коэффициента поверхностного натяжения $\sigma \approx 10^{-2}$ Н/м и характерных радиусах кривизны R_1 и $R_2 \approx 10^{-3}$ м слагаемые в левой части уравнения (4) относятся как $10^2 : 10 : 1$.

С учетом этих оценок, пренебрегая в левой части уравнения (4) двумя последними слагаемыми, запишем уравнение (4) для свободной поверхности магнитной жидкости в виде

$$\int_0^H M dH = const \text{ или } H = const$$

Отсюда следует, что в принятом приближении, линии свободной поверхности магнитной жидкости совпадают с линиями постоянства

модуля напряженности магнитного поля. Заметим также, что в этом приближении искажением поля магнитной жидкостью можно пренебречь, при этом $B = H$, $\mu = 1$.

Результаты и их обсуждение

С учетом сказанного, задача о распределении магнитного поля вблизи намагничивающейся пластины сводится к нахождению распределения магнитного поля пластины в отсутствие магнитной жидкости. Уравнения Максвелла [12] позволяют ввести потенциал φ для напряженности магнитного поля

$$H = -\nabla\varphi = 0 \quad (5)$$

удовлетворяющего уравнению Лапласа $\Delta\varphi = 0$. Отсутствие тангенциальной составляющей магнитного поля приводит к значению $\varphi = 0$ на обеих сторонах пластины. В последующем предполагаем, что все размеры картины распределения поля отнесены к полуширине пластины a .

Воспользуемся методами теории функций комплексного переменного, из которой потенциал φ удовлетворяет гармоническому уравнению. То есть, существует аналитическая функция $\Phi(z)$, где $z = x + iy\varphi$, вещественная часть которой совпадает с функцией φ . Тогда задача сводится к нахождению аналитической функции, вещественная часть которой равна нулю на отрезке, соединяющем точки $x = -\cos\alpha$, $y = -\sin\alpha$ и $x = \cos\alpha$, $y = \sin\alpha$, соответствующие концам пластины, а ее градиент при $z \rightarrow \infty$ стремится к H_0 .

После введения вспомогательной комплексной плоскости w по формулам

$$z = \frac{1}{2}(w + w^{-1})e^{ia},$$

$$w = ze^{-ia} + \sqrt{e^{-2ia} - z^2 - 1}. \quad (6)$$

конформное отображение (6) переводит внешность отрезка, соответствующего пластине, повернутой на угол α относительно оси x , на внешность круга единичного радиуса на плоскости w . Таким образом задача сводится к определению аналитической функции $\Phi[z(w)]$ с нулевой вещественной частью на единичной окружности $|w| = 1$. В качестве решения выберем функцию вида

$$\Phi(w) = A(w - w^{-1}) + iB(w + w^{-1}), \quad (7)$$

где A , B – произвольные вещественные постоянные. Возвращаясь в

плоскость z , получаем выражение для аналитической функции Φ вида

$$\Phi(z) = 2A\sqrt{e^{-2ia} - z^2 - 1} + 2iBze^{-ia}. \quad (8)$$

Компоненты H_x, H_y можно найти по формуле (H_x и H_y – компоненты магнитного поля в декартовой системе координат x, y):

$$H_x - iH_y = \frac{d\Phi}{dz}. \quad (9)$$

через комплексный потенциал Φ . Из условий на бесконечности

$$\left. \frac{d\Phi}{dz} \right|_{\infty} = H_0. \quad (10)$$

определяются постоянные A, B .

$$A = 1/2H_0 \cos \alpha, \quad B = -1/2H_0 \sin \alpha. \quad (11)$$

После введения декартовой системы координат ξ, η с началом находящимся в центре пластины и осью ξ направленной вдоль оси x , получим формулы связывающие координаты x, y и ξ, η .

$$\xi = x \cos \alpha + y \sin \alpha, \quad \eta = -x \sin \alpha + y \cos \alpha. \quad (12)$$

Зададим комплексную плоскость формулой

$$\zeta = \xi + i\eta = ze^{-ia}. \quad (13)$$

Компоненты магнитного поля H_ξ и H_η в системе координат ξ, η вычисляются по формуле

$$H_\xi - iH_\eta = \frac{d\Phi(z)}{d\zeta}, \quad z = \zeta e^{ia}. \quad (14)$$

Из формул (8), (13) и (14) следуют выражения для H_ξ и H_η

$$\begin{aligned} \frac{H_\xi}{H_0} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{(\xi E + \eta F) \cos \alpha}{G}; \\ \frac{H_\eta}{H_0} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{(\xi F - \eta E)}{G} - \sin \alpha. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$\begin{aligned} G &= \sqrt{(\xi^2 - \eta^2 - 1)^2 + 4\xi^2\eta^2}; \\ E &= \operatorname{sign}(\xi)\sqrt{G + \xi^2 - \eta^2 - 1}; \\ F &= \operatorname{sign}(\eta)\sqrt{G - \xi^2 + \eta^2 + 1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Множители $\operatorname{sign}(\xi)$ и $\operatorname{sign}(\eta)$ в выражениях (16) для E и F появляются вследствие непрерывности этих функций на плоскости ξ, η или x, y . Для модуля магнитного поля в системе координат ξ, η из соотношений (15) следует выражение

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\cos^2 \alpha (\xi^2 + \eta^2)}{G} + \sin^2 \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\alpha \frac{\xi F - \eta E}{G}. \quad (17)$$

Задача распределения магнитного поля вблизи намагничивающейся пластины с бесконечной магнитной проницаемостью аналогична задаче о распределении поля скоростей при обтекании пластины идеальной несжимаемой жидкостью [13]. В последней задаче α – угол между пластиной и скоростью жидкости на бесконечности.

Компоненты магнитного поля H_x и H_y связаны с компонентами H_ξ и H_η формулами

$$\begin{aligned} H_x &= H_\xi \cos \alpha - H_\eta \sin \alpha, \\ H_y &= H_\xi \sin \alpha - H_\eta \cos \alpha. \end{aligned} \quad (18)$$

Из формул (15), (16), (12) или формул (9), (8) следуют выражения для составляющих магнитного поля H_x и H_y

$$\begin{aligned} \frac{H_x}{H_0} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\cos \alpha}{G} [E(x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha) + F(y \cos 2\alpha - x \sin 2\alpha)] + \sin^2 \alpha; \\ \frac{H_y}{H_0} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\cos \alpha}{G} [E(x \sin 2\alpha - y \cos 2\alpha) + F(x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha)] - \frac{1}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь

$$\begin{aligned} G &= \left\{ \left[(x^2 - y^2) \cos 2\alpha + 2xy \sin 2\alpha - 1 \right] + \right. \\ &\quad \left. + 4 \left[(y^2 - x^2) \sin \alpha \cos \alpha + xy \cos 2\alpha \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \operatorname{sign}(\xi) \sqrt{G + (x^2 - y^2) \cos 2\alpha + 2xy \sin 2\alpha - 1}; \\ F &= \operatorname{sign}(\eta) \sqrt{G - (x^2 - y^2) \cos 2\alpha - 2xy \sin 2\alpha + 1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Найдем формулу для модуля квадрата магнитного поля H^2 в плоскости x, y , которую будем использовать для анализа полученных экспериментальных данных по распределению свободной поверхности магнитной жидкости в окрестности пластины (функции E, F и G определяются формулами (20))

$$\begin{aligned} \frac{H^2}{H_0^2} &= \frac{\cos^2 \alpha}{G} (x^2 + y^2) + \\ &+ \sin^2 \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\alpha \frac{(x \cos \alpha + y \sin \alpha) F + (x \sin \alpha - y \cos \alpha) E}{G}. \end{aligned} \quad (21)$$

Свободная поверхность магнитной жидкости совпадает с линией постоянной величины квадрата модуля магнитного поля, $H^2 = \text{const}$.

В частном случае, когда внешнее магнитное поле параллельно пластине, $\alpha = 0$, формула (21) для модуля магнитного поля упрощается и принимает вид

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{(x^2 - y^2 - 1)^2 + 4x^2 y^2}}. \quad (22)$$

Уравнение свободной поверхности магнитной жидкости в этом случае запишется в виде

$$\frac{x^2 + y^2}{\sqrt{(x^2 - y^2 - 1)^2 + 4x^2 y^2}} = C = \text{const}. \quad (23)$$

В полярных координатах, $x = \rho \cos \psi$, $y = \rho \sin \psi$, последнее уравнение можно записать в явном виде относительно ρ и полярного угла ψ :

$$\psi = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{2} \left[\rho^2 (1 - C^{-2}) + \rho^{-2} \right]. \quad (24)$$

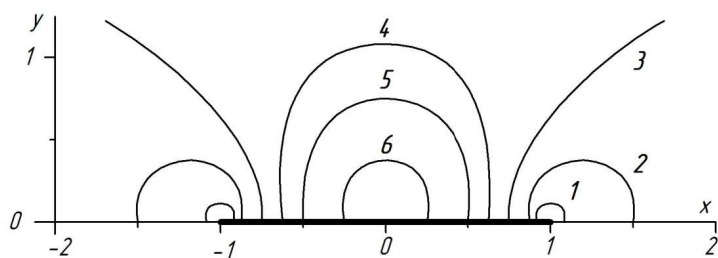


Рис. 1. Формы свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей намагничивающуюся пластину. Пластина параллельна вектору приложенного внешнего магнитного поля и занимает на оси Ox отрезок $|a| = 2$. Все размеры на рис. 1 отнесены к полуширине пластины ($|a|/2 = 1$).

Формы свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей пластину.

На рисунке 1 представлены описываемые уравнением (22) линии границы раздела магнитной жидкости и воздуха, образуемые плоскостью поперечного сечения объема жидкости, окружающей пластину, когда угол $\alpha = 0$. Вектор магнитного поля параллелен плоскости пластины и направлен вдоль оси абсцисс. Пластина занимает на оси абсцисс отрезок от -1 до $+1$. Масштаб изображения кривых 1–6 пропорционален полуширине пластины ($a/2 = 1$). Расчеты показали, что при малых объемах магнитной жидкости, жидкость концентрируется вблизи концов пластины – внутри областей, ограниченных линиями 1 и 2. Эта интерпретация расчетных линий соответствует наблюдаемых в экспериментах различным объемам магнитной жидкости, т.е. различным значениям константы C , в уравнении (23). С увеличением суммарного объема магнитной жидкости размер капель жидкости, сосредоточенных на концах пластины, увеличивается.

При неограниченном возрастании объема жидкости свободная поверхность капель магнитной жидкости, сосредоточенных на концах пластины, уходит в бесконечность. Сечение предельной линии 3 совпадает с линией гиперболы

$$x^2 - y^2 = 1/2$$

Если пластина, окруженная магнитной жидкостью, находится в ограниченном сосуде, то увеличение ее объема приводит к дальнейшему смещению границы жидкости. При некотором значении объема жидкости в кювете, порции сосредоточенные у концов пластины, смыкаются, образуя воздушные полости в окрестности центральной части пластины в

плоскости x, y . Внутренняя часть плоскости, ограниченная линиями 4, 5, 6 в окрестности центральной части пластины, соответствует воздушным полостям, образующимся после смыкания левой и правой частей жидкости, сосредоточенных у торцов пластины. Внешняя часть плоскости x, y , ограниченная линиями 4, 5 и 6, соответствует объему, занимаемому магнитной жидкостью. Дальнейшее увеличение объема жидкости приводит к уменьшению размера воздушных полостей – переход от области, ограниченной линией 4, к областям, ограниченным линиями 5 и 6.

Свободная поверхность магнитной жидкости вблизи поверхности намагничивающейся пластины в магнитном поле наблюдалась в эксперименте.

Пластина конечных размеров (длина $L = 20$ мм, высота $h = 15$ мм и толщина $t = 3$ мм), выполненная из ферромагнитной стали, укреплялась на дне немагнитной цилиндрической кюветы.

При включенном магнитном поле магнитная жидкость малыми порциями подавалась к торцам пластины. Распределение свободной поверхности магнитной жидкости, регистрировалось фотокамерой

Фотосъемка производилась в двух положениях: при виде сверху и под углом 75° к направлению вертикали. Это направление фотосъемки будем называть «видом сбоку».

На рисунке 2 а, б показаны фотографии пластины без магнитной жидкости; вид сверху – рис. 2 а и вид сбоку – рис. 2 б.



Рис. 2

В эксперименте отношение длины пластины к ее толщине $L/t < 10$. Вектор приложенного магнитного поля H_0 параллелен плоскости пластины.

На рис. 3 а, б приведены фотографии пластины, к боковым граням которой при включенном магнитном поле была подана магнитная жидкость общим объемом 2,3 мл. На рис. 3 а показана фотография распределения магнитной жидкости при виде сверху, на рис. 3 б – при виде сбоку.

Видно, что малый объем магнитной жидкости, как и в теории (рис. 1) скапливается у торцов пластины в виде капель.

Каплевидные образования магнитной жидкости на концах пластины расширяются в направлении силы тяжести. Магнитная жидкость начинает растекаться по дну кюветы в виде лужиц эллиптической формы (рис. 3 б).

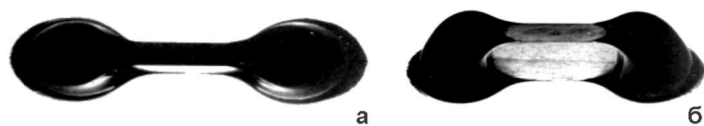


Рис. 3

На рисунке 4 а,б приведены фотографии пластины, окруженной магнитной жидкостью с суммарным объемом 28,3 мл. При таком объеме лужицы магнитной жидкости на дне кюветы слева и справа от пластины растекаются до границ кюветы, оставляя зоны эллиптической формы, свободные от магнитной жидкости.

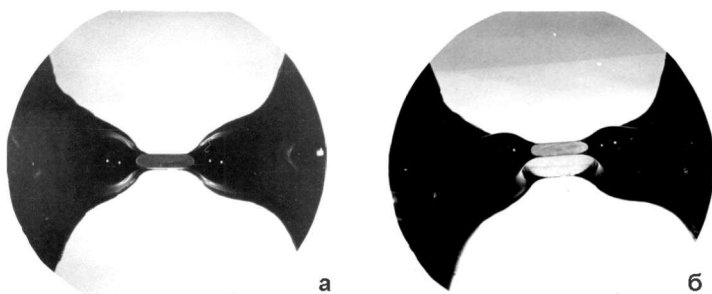


Рис. 4

На рисунке 4, это – светлые области в верхней и нижней частях фотографий; на рис. 4 а – вид сверху, рис. 4 б – вид сбоку.

Наконец, при суммарном объеме магнитной жидкости в кювете, равном 106 мл, левая и правая лужицы жидкости на дне кюветы смыкаются (рис. 5 а, б).

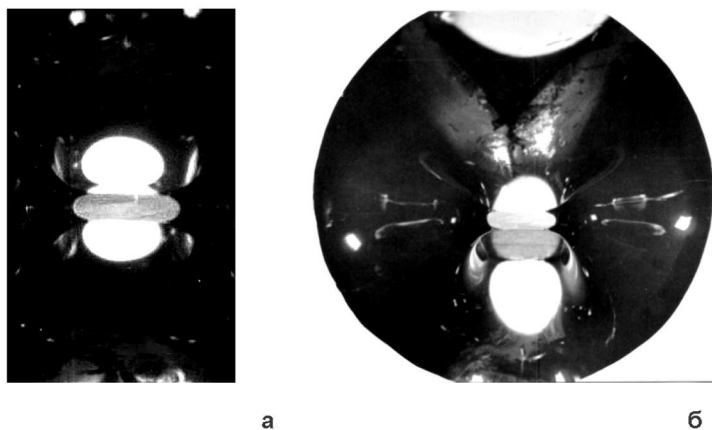


Рис. 5

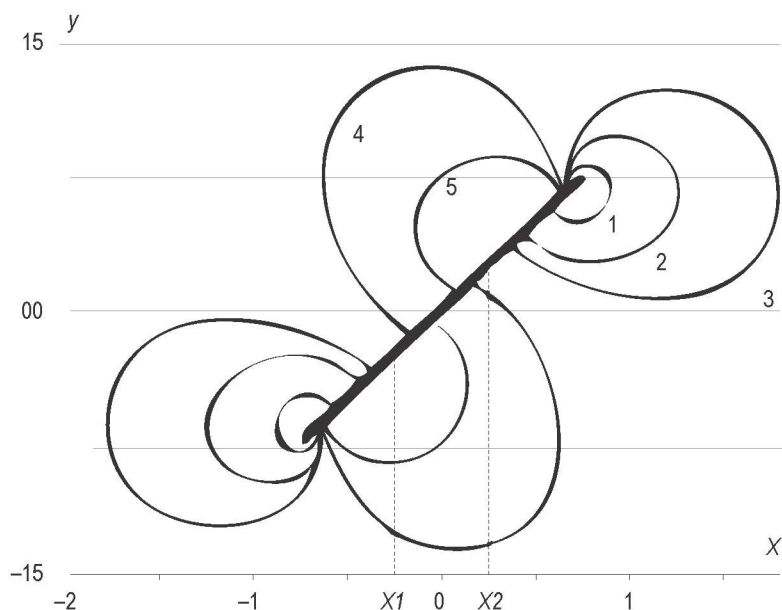


Рис. 6.

Формы свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей намагничивающуюся пластину. Угол α между пластиной и вектором приложенного внешнего магнитного поля равен 45° .

При этом объеме магнитной жидкости в окрестности центральной части пластины образуются две воздушные полости, по одной на каждой стороне пластины. В эксперименте видно, что образовавшиеся воздушные полости имеют форму конусообразных воронок, сужающихся в направлении силы тяжести от верхней свободной поверхности магнитной жидкости до дна кюветы.

Представленные на рисунках 3–5 экспериментально наблюдаемые распределения свободной поверхности магнитной жидкости в окрестности намагничивающейся пластины и количественно и качественно соответствуют распределениям, полученным по предлагаемой математической модели, представленным на рисунке 1.

На рисунке 6 приведено распределение формы свободной поверхности магнитной жидкости, описываемой уравнением (21), при изменении объема жидкости, окружающей пластину, когда пластина повернута относительно вектора магнитного поля против часовой стрелки на угол $\alpha = 45^\circ$. В этом случае пластина лежит в первом и третьем квадратах декартовой системы координат x, y . Видно, что для пластины, наклоненной к магнитному полю, магнитная жидкость расположена несимметрично относительно плоскости

пластины. При малых объемах жидкость концентрируется у концов пластины внутри областей, ограниченных линиями 1, 2, 3, и примыкает к поверхности пластины. При достижении магнитной жидкостью некоторого критического объема внутри жидкости образуются воздушные полости, ограниченные линиями 4 и 5 и расположенные вблизи участков поверхности пластины, начиная от центральной части плоскости пластины до верхнего и нижнего ее концов по одной на каждой стороне пластины. Видно, что воздушные полости в верхней части пластины расположены над пластиной, а в нижней части – под пластиной. Увеличение номера линий соответствует увеличению объема магнитной жидкости и уменьшению объема воздушных полостей, примыкающих к пластине. При увеличении объема магнитной жидкости воздушные полости уменьшаются в размере.

На рисунке 7 показано распределение формы свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей намагничивающуюся пластину, когда пластина повернута относительно вектора магнитного поля по часовой стрелке на угол $\alpha = 135^\circ$. В этом случае пластина лежит во втором и четвертом квадратах декартовой системы координат x, y . Видно, что рисунке 7 является зеркальным отражением рис. 6 относительно оси y системы координат x, y в соответствии с фор-

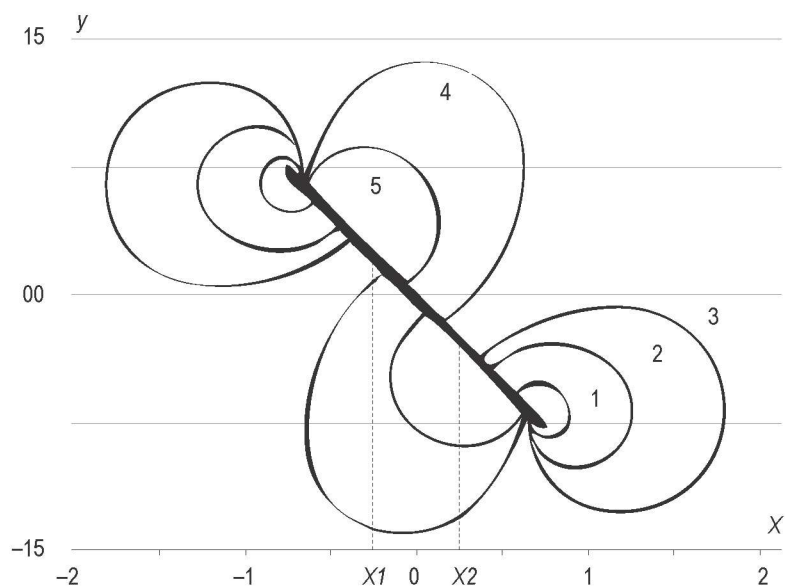


Рис. 7.

Формы свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей намагничивающуюся пластину. Угол α между пластиной и вектором приложенного внешнего магнитного поля равен 135° .

мулой (21) и формулами (12), связывающими переменные ξ , η и x , y . По-прежнему линии 1, 2 и 3 ограничивают достаточно малые объемы магнитной жидкости, сосредоточенные в виде капель в окрестности концов пластины. Линии 4 и 5 ограничивают воздушные полости, примыкающие к верхней и нижней сторонам поверхности пластины. Видно, что и в этом случае воздушные полости в верхней части пластины расположены над пластиной, а в нижней части – под пластиной.

Концентрация магнитной жидкости при малых ее объемах вблизи концов пластины и образование воздушных полостей, примыкающих к пластине, при достаточно больших объемах магнитной жидкости качественно соответствуют результатам экспериментов, представленных в работе [5].

Из уравнения равновесия (2) следует формула для распределения давления в магнитной жидкости, окружающей пластину

$$p = \int MdH + C, \quad C = \text{const.} \quad (25)$$

В случае, когда жидкость намагничена до насыщения, $M = M_s$, распределение давления имеет вид

$$p = M_s H + C. \quad (26)$$

Если намагниченность жидкости можно считать подчиняющейся линейному закону $M = \chi H$ постоянной магнитной восприимчивостью χ , то

$$p = 1/2 \chi H^2 + C \quad (27)$$

На поверхности пластины $\eta = 0$, $H = H_\eta$ и, как следует из формулы (15),

$$\frac{H_\eta}{H_0} = \text{sign}(\eta) \cos \alpha \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} - \sin \alpha \quad (28)$$

Из формул (26)–(28) следует, что давление неограниченно возрастает при приближении к концам пластины. Давление минимально в точках x_1 и x_2 где $H^2 = H_\eta^2 = 0$. Из формулы (28) следует, что $x_1 = -\sin \alpha \cos \alpha$, $x_2 = \sin \alpha \cos \alpha$. В окрестности этих точек и образуются воздушные полости, ограниченные линиями 4, 5, 6 на рисунке 1 и линиями 4, 5 на рисунке 6, 7. На рисунке 1 точки x_1 и x_2 совпадают с центром пластины. Для случая, когда $\alpha = 45$ и 135° , расположение точек x_1 и x_2 указано на рисунке 6, 7.

Заключение

Разработана математическая модель распределения свободной поверхности магнитной жидкости в окрестности намагничивающейся пластины во внешнем однородном на бесконечности постоянном магнитном поле. Выполнена экспериментальная проверка расчетной картины распределения свободной поверхности магнитной жидкости. Показано хорошее качественное и количественное соответствие теории и эксперимента.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-01-00037).

Библиографический список

1. Гогосов В. В., Симоновский А. Я. О локально-неоднородном охлаждении при закалке в магнитной жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1989. № 2. С. 3.
2. Gogosov V. V., Simonovskii A. Ya., Smolkin R. D. Quenching and separation in magnetic fluids // JMMM. 1990. V. 85. №. 1-3. P. 227.
3. Mirkin L.I., Shesterikov S.A., Simonovski A.Y. Equipment and method for quenching steels in a magnetic liquid // 1993. V.U.Z. Mashinostr. V. 6 P. 1.
4. Bashtovoi V.G., G. Challant, Volkova O.Yu. Boiling Heat Transfer in Magnetic Fluids // JMMM. 1993. V. 122. P. 305.
5. Гришанина О.А., Симоновский А.Я., Яновский А.А. Гидродинамика и теплообмен в процессах охлаждения намагничивающейся пластины в магнитной жидкости в магнитном поле // Наука. Инновации. Технологии. 2017. №3. С. 7–20.
6. Гогосов В.В., Гришанина О.А., Кирюшин В.В., Симоновский А.Я. Теоретическое описание форм свободной поверхности магнитной жидкости, окружающей намагничивающуюся пластину во внешнем магнитном поле // Магнитная гидродинамика. 1998. №1. С. 58–69.
7. Кобозев М.А., Симоновский А.Я. Метод измерения, экспериментальная установка и результаты измерения частоты образования пузырьков пара при кипении магнитной жидкости на одиночном центре парообразования // ЖТФ. 2007. Т. 77. №11. С. 31.
8. Симоновский А.Я., Яновский А.А. Влияние однородного магнитного поля на теплообмен при кипении магнитной жидкости на неограниченной поверхности // Наука. Инновации. Технологии. 2011. №6. С. 272–278.

9. Yanovskii A.A., Simonovskii A.Ya., Klimenko E.M. On the Influence of the Magnetic Field upon Hydrogasdynamic Processes in a Boiling Magnetic Fluid // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2014. V. 50. № 3. P. 260.
10. Yanovskiy A. A., Simonovsky A. Ya., Kholopov V. L., Chuenkova I. Yu. Heat Transfer in Boiling Magnetic Fluid in a Magnetic Field // Solid State Phenomena. 2015. № 233-234. P. 339.
11. Khoshmehr H.H., Saboonchi A., Shafii M.B., Jahani N. The study of magnetic field implementation on cylinder quenched in boiling ferro-fluid // Applied Thermal Engineering. 2014. V. 64. № 1–2. P. 331.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М. 1982. 624 с.
13. Милн-Томсон Л. М. Теоретическая гидродинамика. М., 1964. 55 с.

References

1. Gogosov V. V., Simonovskij A. Ya. O lokalno-neodnorodnom oxlazhdenii pri zakalke v magnitnoj zhidkosti (On locally inhomogeneous cooling during quenching in a magnetic fluid) // Izv. an sssr. mexanika zhidkosti i gaza. 1989. № 2. p. 3.
2. Gogosov V. V., Simonovskii A. Ya., Smolkin R. D. Quenching and separation in magnetic fluids // JMMM. 1990. V. 85. №. 1-3.P. 227.
3. Mirkin L.I., Shesterikov S.A., Simonovski A.Y. Equipment and method for quenching steels in a magnetic liquid // 1993. V.U.Z. Mashinostr. V.6 P. 1.
4. Bashtovoi V.G., G. Challant, Volkova O.Yu. Boiling Heat Transfer in Magnetic Fluids// JMMM. 1993. V. 122. P.305.
5. Grishanina O.A., Simonovskij A.Ja., Janovskij A.A. Gidrodinamika i teploobmen v processah ohlazhdeniya namagnichivajushhejsja plastiny v magnitnoj zhidkosti v magnitnom pole (Hydrodynamics and heat transfer in cooling processes of a magnetizing plate in a magnetic fluid in a magnetic field) // Nauka. Innovacii. Tehnologii. 2017. №3. S. 7–20.
6. Gogosov V.V., Grishanina O.A., Kirjushin V.V., Simonovskij A.Ja. Teoreticheskoe opisanie form svobodnoj poverhnosti magnitnoj zhidkosti, okruzhajushhej namagnichivajushhujusja plastinu vo vneshnem magnitnom pole (A theoretical description of the shapes of the free surface of a magnetic fluid surrounding a magnetizing plate in an external magnetic field) // Magnitnaja gidrodinamika. 1998. №1. S. 58–69.
7. Kobozev M.A., Simonovskij A.Ya. Metod izmereniya, eksperimentalnaya ustanovka i rezultaty izmereniya chastoty obrazovaniya puzyrkov para pri kipenii magnitnoj zhidkosti na odinochnom centre paroobrazovaniya (The method of measurement, the experimental setup and the results of measuring the frequency of the formation

- of bubbles of vapor upon boiling of a magnetic fluid at a single vaporization center) // ZHTEF. 2007. V. 77. № 11. p. 31.
8. Simonovskij A.Ya., Yanovskij A.A. Vliyanie odnorodnogo magnitnogo polya na teploobmen pri kipenii magnitnoj zhidkosti na neogranichennoj poverxnosti (Influence of a homogeneous magnetic field on heat transfer upon boiling of a magnetic fluid on an unbounded surface) // Nauka. Innovacii. Tekhnologii. 2011. №6-1. P. 272-278.
 9. Yanovskii A.A., Simonovskii A.Ya., Klimenko E.M. On the Influence of the Magnetic Field upon Hydrogasdynamic Processes in a Boiling Magnetic Fluid // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2014. V. 50. № 3. P. 260.
 10. Yanovskiy A. A., Simonovsky A. Ya., Kholopov V. L., Chuenkova I. Yu. Heat Transfer in Boiling Magnetic Fluid in a Magnetic Field // Solid State Phenomena. 2015. № 233–234. P. 339.
 11. Khoshmehar H.H., Saboonchi A., Shafii M.B., Jahani N. The study of magnetic field implementation on cylinder quenched in boiling ferro-fluid // Applied Thermal Engineering. 2014. V. 64. № 1–2. P. 331.
 12. Landau L.D., Lifshic E. M. Elektrodinamika sploshnyh sred (Electrodynamics of Continuous Media). M., 1982. 624 p.
 13. Miln-Tomson L. M. Teoreticheskaya gidrodinamika (Theoretical hydrodynamics). M., 1964. 55 p.