

УДК 681.3

Червяков Н. И. [Chervyakov N. I.],
Ляхов П. А. [Lyakhov P. A.],
Шульженко К. С. [Shulzhenko K. S.]

ПРИМЕНЕНИЕ АДАПТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ В СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ

**Application of adaptive filters based
on residue number system for satellite
communications**

В статье рассматривается применение адаптивных цифровых фильтров на основе системы остаточных классов для систем спутниковой связи. Важной проблемой практического использования спутников являются искажения сигнала, которые могут существенно повлиять на качество обрабатываемого сигнала и вызвать ошибку в работе системы определения местоположения спутника. Показано, что использование фильтров с конечной импульсной характеристикой с применением модулярной арифметики для адаптивного моделирования систем управления ориентации спутника в режиме реального времени и алгоритма рекурсивного метода наименьших квадратов для настройки адаптивных коэффициентов цифрового фильтра приводит к минимизации ошибки выходных данных между контролирующей системой и спутником. Предложена концепция реализации цифровых устройств на основе системы остаточных классов, которая позволяет существенно улучшить параметры энергопотребления, быстродействия и отказоустойчивости спутниковой связи.

Ключевые слова: система остаточных классов, цифровая обработка сигналов, адаптивный фильтр, спутник.

The paper discusses the use of adaptive digital filters based on the Residue Number System for satellite communication systems. The signal distortions is an important problem of the practical use of satellites, which can significantly affect the quality of the processed signal and cause an error in the satellite positioning system. There is shown that the use of filters with finite impulse response using modular arithmetic for adaptive modeling of satellite orientation control systems in real time and recursive algorithm with Least Squares Method to configure the adaptive coefficients of the digital filter causes to minimize the output error between the monitoring system data and the satellite. The concept of the implementation of digital devices based on a Residue Number System, which can significantly improve the power consumption, performance, and resiliency of satellite communications is proposed.

Key words: Residue Number System, Digital Signal Processing, adaptive filter, satellite.

Введение

На сегодняшний день одним из наиболее широко применяемых способов передачи информации является спутниковая связь. Использование спутников способствует функционированию цифрового интернета и телевидения, мобильной связи, осуществлению мониторин-

га геофизического состояния планеты, получению информации военного назначения и так далее [1]. Одной из наиболее существенных проблем спутниковой связи является определение местоположения спутника в режиме реального времени [2]. Эта проблема является актуальной, так как большое количество помех, появляющихся под воздействием космической среды, способны повлиять на структурные элементы цифровых фильтров [3]. Кроме того, искажения могут повлиять на получение качественного входного сигнала, что может вызвать ошибку в работе систем определения местоположения спутника [4]. Для решения этой проблемы широко используются системы цифровой обработки сигналов на основе адаптивных цифровых фильтров [5]. Одним из наиболее перспективных методов реализации цифровых фильтров для спутниковой связи является использование системы остаточных классов (СОК) [6]. Это связано с тем фактом, что реализация цифровых устройств на основе СОК позволяет существенно улучшить параметры энергопотребления, быстродействия и отказоустойчивости [7].

Введение в систему остаточных классов

В СОК числа представляются в базисе взаимно-простых чисел, называемых модулями $\beta = \{p_1, \dots, p_k\}$, $\text{НОД}(p_i, p_j) = 1$, для $i \neq j$. Произведение всех модулей СОК $P = \prod_{i=1}^k p_i$ называется динамическим диапазоном системы. Любое целое число $0 \leq X < P$ может быть единственным образом представлено в СОК в виде вектора $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$, где $x_k = |X|_{p_i} = X \bmod p_i$ [8].

Динамический диапазон СОК обычно делится на две примерно равные части, таким образом, чтобы примерно половина диапазона представляла положительные числа, а остальная часть диапазона – отрицательные. Таким образом, любое целое число, удовлетворяющее одному из двух соотношений:

$$-\frac{P-1}{2} \leq X \leq \frac{P-1}{2}, \text{ для нечетных } P,$$
$$-\frac{P}{2} \leq X \leq \frac{P}{2}, \text{ для четных } P,$$

может быть представлено в СОК.

Операции сложения, вычитания и умножения в СОК определяются формулами

$$A \pm B = \left(a_1 \pm b_1 \Big|_{p_1}, \dots, a_k \pm b_k \Big|_{p_k} \right), \quad (1)$$

$$A \times B = \left(a_1 \times b_1 \Big|_{p_1}, \dots, a_k \times b_k \Big|_{p_k} \right). \quad (2)$$

Равенства (1) – (2) показывают параллельную природу СОК, свободную от поразрядных переносов.

Восстановление числа X по остаткам $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ основано на Китайской Теореме об Остатках (КТО) [8]

$$X = \left| \sum_{i=0}^k \left| P_i^{-1} \right|_{p_i} x_i \right|_{P_i} \Big|_P, \quad (3)$$

где $P_i = \frac{P}{p_i}$.

Элемент $\left| P_i^{-1} \right|_{p_i}$ означает мультипликативный обратный для P_i , по модулю p_i .

Таким образом, преимущества представления чисел в СОК могут быть представлены следующим образом [9]:

1. В СОК отсутствует распространение переноса между арифметическими блоками и числа большой размерности представляются в виде небольших остатков, что приводит к ускорению обработки данных.
2. При представлении данных с использованием СОК, числа большой размерности кодируются в набор небольших остатков, соответственно уменьшается сложность арифметических устройств в каждом канале модуля, что облегчает и упрощает работу вычислительной системы.
3. СОК является непозиционной системой без отсутствия зависимости между своими арифметическими блоками, следовательно, ошибка в одном канале не распространяется на другие. Таким образом, облегчается процесс обнаружения и исправления ошибок.

Основной проблемой СОК является сложность выполнения операции деления и сравнения двух чисел. Однако, несмотря на указанные недостатки, модулярная арифметика может быть эффективно реализована в приложениях, где основная доля вычислений приходится на операции умножения в сочетании со сложением и вычитанием [10, 11]. Как будет видно далее, фильтрация сигналов является именно таким приложением.

Построение цифрового фильтра в СОК

КИХ-фильтры играют важную роль в ЦОС, так как они гораздо менее чувствительны к ошибкам квантования, чем фильтры рекурсивного типа [12]. Любой КИХ-фильтр, можно описать следующей формулой

$$y_n = \sum_{k=0}^N b_k x_{n-k}, \quad (4)$$

где x_n – входная последовательность сигнала,
 b_k – коэффициенты фильтра,
 N – порядок фильтра,
 y_n – последовательность сигнала, полученного на выходе фильтра.

Для больших значений N , фильтры, представленные в традиционной двоичной системе счисления, имеют существенное снижение производительности, возникающее в результате роста задержек в двоичных сумматорах и умножителях по причине большого количества межразрядных переносов.

СОК, как было указано выше, позволяет в значительной мере устранить этот недостаток путем замены вычислений с большими числами на параллельную обработку остатков значительно меньшей разрядности. Кроме того, очевидно, что в формуле (6) используются только операции сложения и умножения, что позволяет использовать только положительные качества СОК при реализации КИХ-фильтров.

Рассмотрим низкочастотный КИХ-фильтр 11-го порядка с линейной фазовой характеристикой, амплитудно-частотная (АЧХ) и импульсная характеристики которого приведена на рисунках 1 и 2.

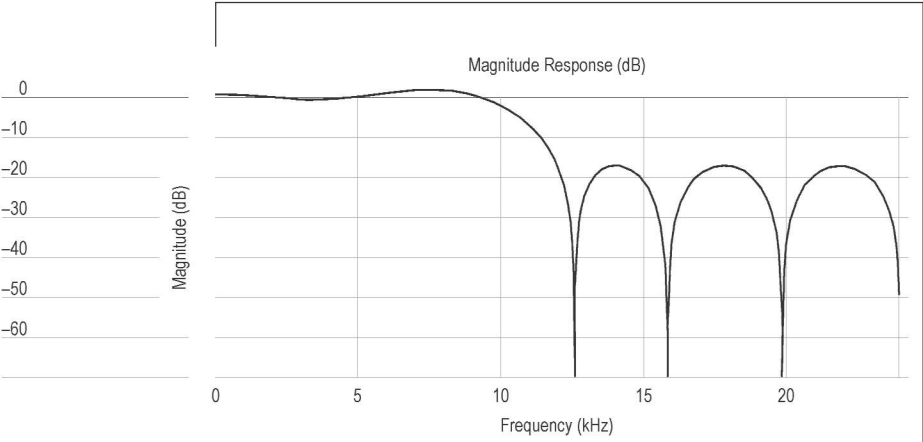


Рисунок 1. АЧХ фильтра 11 порядка.

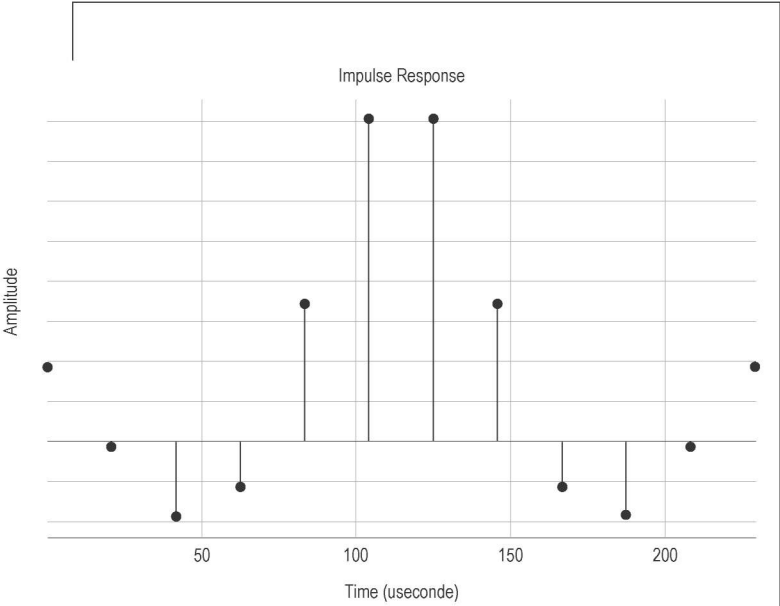


Рисунок 2. Импульсная характеристика фильтра 11 порядка.

Изображенный на рисунках 1 и 2 фильтр построен при помощи алгоритма Паркса – МакКлеллана, и принадлежит достаточно широкому классу КИХ-фильтров, которые требуют большой аккуратности при работе с коэффициентами, для того чтобы избежать серьезных ошибок частотного отклика [13]. Проектирование и получение численных значений данного фильтра было осуществлено при помощи MATLAB® [14]. Коэффициенты данного фильтра в форме машинного числа двойной точности, двоичного представления, целочисленного формата и СОК приведены в таблице 1. Получение целочисленного представления чисел двойной точности, было осуществлено путем умножения коэффициента на 2^{10} с последующим отбрасыванием дробной части. Для двоичного представления коэффициентов фильтра использованы 11 бит, из которых 10 являются информационными, а еще один бит использован для указания знака числа.

Предположим, что входная последовательность сигнала тоже квантована по 11 бит (включая знак). Максимально возможное значение отклика фильтра $|y_i|$ равно

$$\max\{|y_i|\} = 1024 \cdot \sum_{k=0}^1 |b_k| = 1024 \cdot 1690 = 1730560 \rightarrow 20,722808 \text{ бит.} \quad (5)$$

Набор модулей вида $\left\{2^n - 1, 2^n, 2^n + 1, 2^n - 2^{\frac{n+1}{2}} + 1, 2^n + 2^{\frac{n+1}{2}} + 1\right\}$ при $n = 5$ задает диапазон, равный 24,999997 бит, что позволяет использовать такую СОК для реализации рассмотренного фильтра.

Коэффициенты фильтра в СОК, приведенные в таблице 1 получены из целочисленного формата числа длиной 11 бит. При этом исходные коэффициенты фильтра являются числами двойной точности длиной 64 бита. Разумеется, переход от 64-битного представления к 11-битному порождает ошибку округления. Вопрос о степени влияния возникающей ошибки на результат работы фильтра является весьма важным, так как недооценка погрешности вычислений может привести к серьезным последствиям. Например, ошибка, возникающая при преобразовании 64-битного числа к 16-битному представлению привела к взрыву ракеты Ariane (4 июня 1996 года), причинившему ущерб в 7,5 миллионов долларов [15].

На рисунке 3 изображена АЧХ этой ошибки. Из рисунка видно, что максимум ошибки примерно на 30 Дб ниже, чем область записи фильтра что, согласно [16], является вполне допустимым.

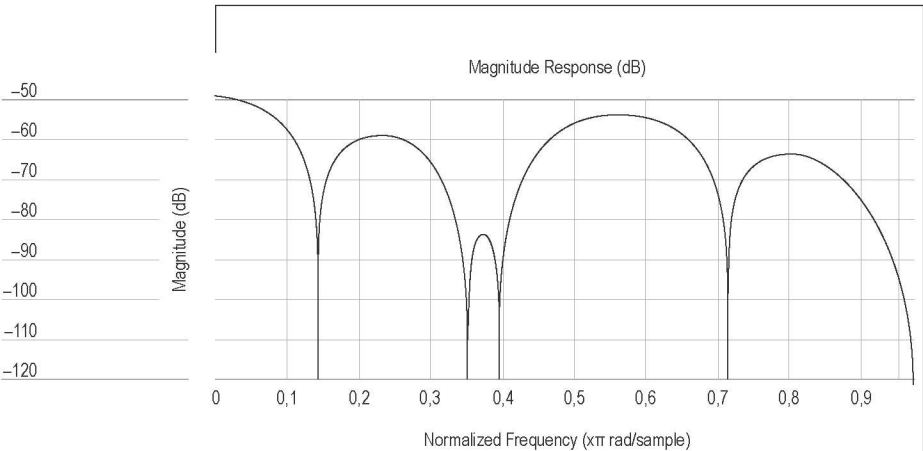


Рисунок 3. АЧХ ошибки фильтра 11 порядка.

Таблица 1. КОЭФФИЦИЕНТЫ НИЗКОЧАСТОТНОГО ФИЛЬТРА
11-го ПОРЯДКА

Коэффициенты фильтра	Числовой формат представления			
	двойная точность	двоичное число	целое число	СОК {25, 31, 32, 33, 41}
$b_0 = b_1$	0,0922037965907876	00001011110	94	{19, 1, 30, 28, 4}
$b_1 = b_{10}$	-0,0064537503593891	11111111001	-7	{18, 24, 25, 26, 38}
$b_2 = b_9$	-0,0957200336509332	11110011110	-98	{2, 26, 30, 1, 37}
$b_3 = b_8$	-0,0581256675402344	11111000100	-60	{15, 2, 4, 6, 30}
$b_4 = b_7$	0,1694183638078060	00010101101	173	{23, 18, 13, 8, 38}
$b_5 = b_6$	0,4032762098333520	00110011101	413	{13, 10, 29, 17, 8}

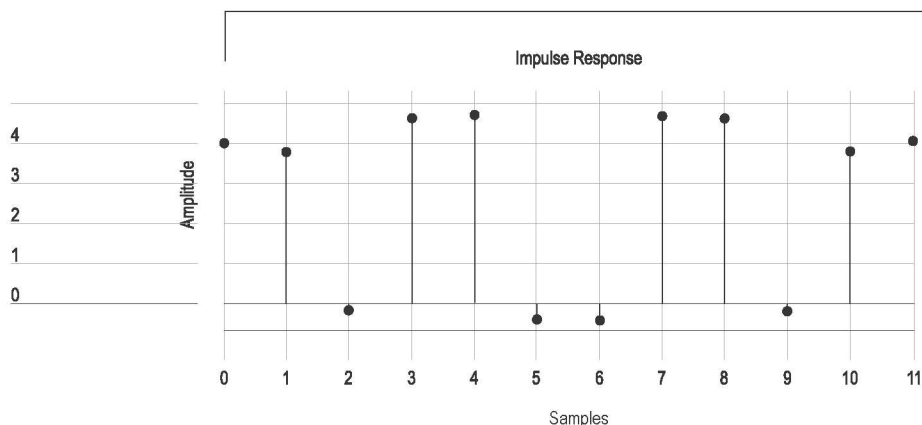


Рисунок 4. Импульсная характеристика ошибки фильтра 11 порядка.

На рисунке 4 представлена ошибка импульсной характеристики, полученная в результате перевода коэффициентов фильтра в СОК, с округлением, и обратно. Максимальное значение ошибки не превосходит 5×10^{-4} .

Применение цифровых фильтров в спутниковой связи

Для решения проблемы определения местоположения спутника в режиме реального времени в настоящее время используются системы цифровой обработки сигналов на основе адаптивных цифровых фильтров (рисунок 5) [17].

На рисунке 5 $e(k)$ обозначает сигнал ошибки, подаваемый в адаптивный фильтр для коррекции коэффициентов. Этот сигнал будет отличен от нуля до тех пор, пока существует необходимость изменения коэффициентов фильтра. Как только коэффициенты будут удовлетворять условиям работы фильтра, сигнал ошибки станет равен нулю.

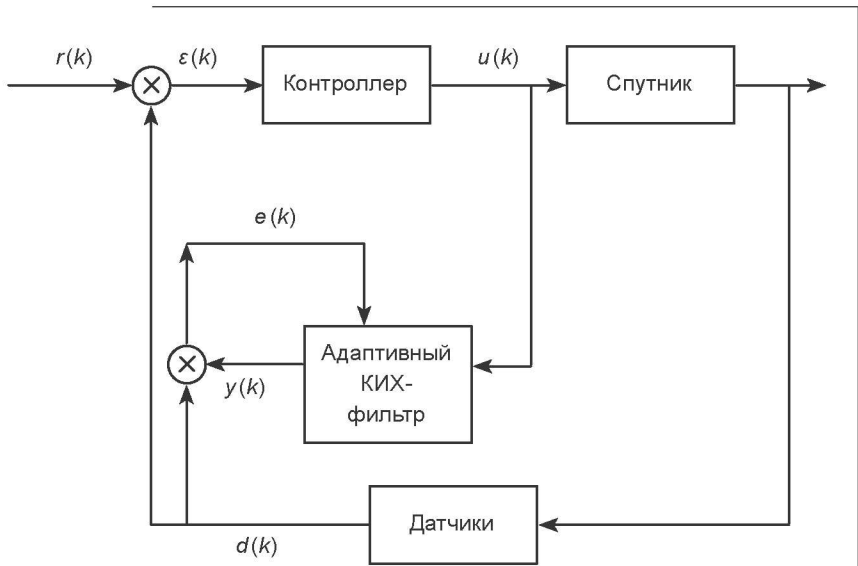


Рисунок 5. Схема управления спутником.

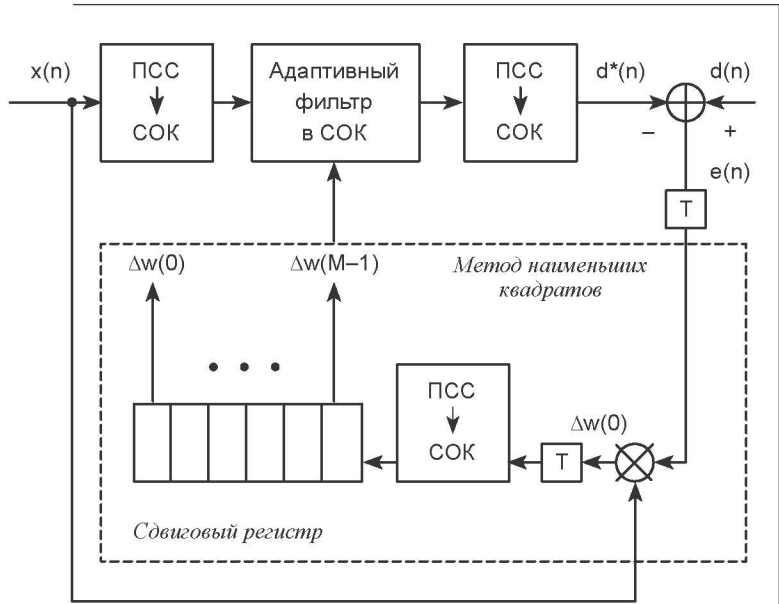


Рисунок 6. Схема работы гибридного КИХ-фильтра в СОК.

Изображенная на рисунке 5 система позволяет эффективно определять положение спутника, контролировать его движение и осуществлять передачу иных сигналов для управления. Важной особенностью адаптивных цифровых фильтров является способность к обнаружению ошибок на основе анализа адаптивных коэффициентов фильтра. Это позволяет значительно повысить отказоустойчивость системы спутниковой связи.

Важнейшим критерием при проектировании систем спутниковой связи является экономия аппаратных затрат. Применение СОК в КИХ-фильтрах для систем спутниковой связи позволяет уменьшить уровень энергопотребления и необходимую площадь на плате.

На рисунке 6 изображена схема гибридного КИХ-фильтра в СОК. Структура такого фильтра называется гибридной, поскольку основная часть фильтра реализована в СОК, а блок формирования адаптивных коэффициентов функционирует в двоичной системе счисления. Это объясняется тем, что коэффициенты формируются на основе метода наименьших квадратов, в основе которого лежат немодульные операции, которые трудно реализуемы в СОК. В структуру фильтра входят преобразователи входного сигнала из ПСС в СОК, Адаптивный КИХ-фильтр, функционирующий в СОК, преобразователь из СОК в ПСС, вычитатель, сдвиговый регистр. На рисунке обозначены: входной сигнал $x(n)$, выходной сигнал фильтра $d^*(n)$, сигнал ошибки $e(n)$, эталонный сигнал $n(n)$, вектор корректировки коэффициентов фильтра $\Delta w(n)$, T – изоморфные преобразования. Они необходимы для того, чтобы быстро выполнять проблемные операции в виде табличного задания сложной функции.

Заключение

Применение цифровых фильтров на основе СОК в системах спутниковой связи позволяет повысить скорость работы, уменьшить аппаратные затраты, снизить потребляемую мощность, повысить помехоустойчивость и получать информацию о неисправности. Использование КИХ-фильтров для адаптивного моделирования систем управления ориентации спутника в режиме реального времени и алгоритма рекурсивного метода наименьших квадратов для настройки адаптивных коэффициентов КИХ-фильтра, приводит к минимизации ошибки выходных дан-

ных между контролирующей системой и спутником. В настоящий момент адаптивные КИХ-фильтры, функционирующие в СОК, являются гибридными. Динамическое изменение коэффициентов фильтра производится в позиционной системе счисления, так как оно основано на вычислении обратного дискретного преобразования Фурье, которое трудно реализуемо в СОК. Информация о неисправности может быть получена путем анализа адаптивных коэффициентов КИХ-фильтра средствами СОК. Перспективным направлением для дальнейшего исследования является разработка адаптивных цифровых фильтров с динамическим изменением коэффициентов в СОК.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Bruce R. Elbert. The Satellite Communication Applications Handbook, Artech House, Inc., 2004.
2. Gao Zhen, Pedro Reviriego, Zhao Ming, Wang Jing, Juan Antonio Maestro, Efficient Single Event Upset-Tolerant FIR Filter Design Based on Residue Number for OBP Satellite Communication Systems, Digital Communications, 2013, pp. 55–67.
3. Wang Tao, Cheng Yuehua, Jiang Bin, Qi Ruiyun, Fault Detection Based on Finite Impulse Response Adaptive Filter for Satellite Attitude Control Systems, 26th Chinese Control and Decision Conference, 2014, pp. 209–213.
4. Wenhui Yang, Ming Zhao, Xiang Chen, Lianfen Huang, Jing Wang, Application of Residue Number Systems to Bent-Pipe Satellite Communication Systems, 6th International ICST Conference on Communications and Networking in China, 2011, pp. 1083–1087.
5. Chervyakov N.I., Lyakhov P.A., Babenko M.G., Digital filtering of images in a residue number system using finite-field wavelets, Automatic Control and Computer Sciences, vol. 48, №3, 2014, pp. 180–189.
6. Червяков Н.И., Ляхов П.А., Шульженко К.С. Цифровые фильтры в двухступенчатой системе остаточных классов с модулями специального вида // Наука. Инновации. Технологии. 2014. № 1. С. 41–55.
7. Cardarilli G.C., Nannarelli A., Re M. Residue number system for low-power DSP applications, Proc. 41st Asilomar Conf. Signals, Syst., Comput., 2007, pp. 1412–1416.
8. Omondi A., Premkumar B. Residue Number Systems: Theory and Implementation, Imperial College Press., 2007.
9. Червяков Н.И., Ляхов П.А., Шульженко К.С. Использование СОК в

- КИХ-фильтрах // Параллельная компьютерная алгебра и ее приложения в новых инфокоммуникационных системах: I-я Международная конференция, сборник научных трудов. Ставрополь: Издательско-информационный центр «Фабула», 2014. С. 343–346.
10. Chervyakov N.I., Lyakhov P.A., Shulzhenko K.S. FIR Filters in Two-Stage Residue Number System // International Conference "Engineering & Telecommunication En&T 2014", Moscow; Dolgoprudny: MIPT, 2014. P. 145–148.
 11. Molahosseini A.S., Sorouri S., Zarandi A.A.E. Research Challenges in Next-Generation Residue Number System Architectures // The 7th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE 2012.) Melbourne, Australia, July 14–17, 2012, pp. 1658–1661.
 12. Patronik P., Berezowski K., Piestrak S.J., Biernat J., Shrivastava A. "Fast and Energy-Efficient Constant-Coefficient FIR Filters Using Residue Number System" // ISLPED'11 Proceedings of the 17th IEEE/ACM international symposium on Low-power electronics and design, 2011. Pp. 385–390.
 13. Zivaljevic D., Stamenković N., Stojanović V. "FIR Filter Implementation Based on the RNS with Diminished–1 Encoded Channel" // TSP 35th International Conference on Telecommunications and Signal Processing, 2012, pp. 662–666.
 14. Червяков Н.И., Ляхов П.А., Шульженко К.С. Проектирование КИХ-фильтров в СОК с использованием MATLAB // Параллельная компьютерная алгебра и ее приложения в новых инфокоммуникационных системах: I-я Международная конференция, сборник научных трудов. Ставрополь: Издательско-информационный центр «Фабула», 2014. С. 161–168.
 15. Parhami B. Computer Arithmetic: Algorithms and Hardware Designs, 2nd edition. Oxford University Press. New York, 2010. 641 p.
 16. Stamenković N. Digital FIR Filter Architecture Based on the Residue Number System // Facta Universitatis, Ser.: Elec. Energ, 2009, Vol. 22, no 1, pp. 125–140.
 17. Bernocchi G.L., Cardarilli G.C., Del Re A., Nannarelli A., Re M. A Hybrid RNS Adaptive Filter for Channel Equalization, Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2006, pp. 1706–1710.

ОБ АВТОРАХ

Червяков Николай Иванович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и математического моделирования. Северо-Кавказского федерального университета.

E-mail: k-fmf-primath@stavsru.ru

Chervyakov Nikolay Ivanovich. Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of the Applied Mathematics and Mathematical Modeling, North Caucasus Federal University. E-mail: k-fmf-primath@stavs.ru

Ляхов Павел Алексеевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и математического моделирования Северо-Кавказского федерального университета.

Lyakhov Pavel Alekseyevich. Ph. D., Assistant Professor, Department of the Applied Mathematics and Mathematical Modeling, North Caucasus Federal University. E-mail: ljahov@mail.ru.

Шульженко Кирилл Сергеевич (автор для переписки), студент специальности «Прикладная математика и информатика» Северо-Кавказского федерального университета.

Shulzhenko Kirill Sergeyevich. Student in "Applied Mathematics and Informatics", North Caucasus Federal University. E-mail: kirill-joker@mail.ru.