

Министерство образования и науки
Российской Федерации

НАУКА. ИННОВАЦИИ. ТЕХНОЛОГИИ

Научный журнал
Северо-Кавказского федерального
университета

ISSN 2308–4758



Выпуск № 2, 2017 г.

Выходит 4 раза в год

	«Наука. Инновации. Технологии» Научный журнал Северо-Кавказского федерального университета
Учредитель	Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Кавказский федеральный университет»
Главный редактор	д-р геогр. наук, профессор В. С. Белозеров
Редакционный совет	А. А. Левитская, председатель, ректор СКФУ, канд. филол. наук, доцент; А. А. Лиховид, заместитель председателя, проректор по научной работе и стратегическому развитию СКФУ, д-р геогр. наук, профессор; В. С. Белозеров, главный редактор, д-р геогр. наук, профессор; М. Ч. Залиханов, д-р геогр. наук, профессор, академик РАН (Высокогорный геофизический институт, г. Нальчик); А. Г. Храмцов, д-р техн. наук, профессор, академик РАН; Ю. Ю. Балега, д-р физ.-мат. наук, академик РАН (САО РАН, п. Нижний Архыз); С. В. Рязанцев, д-р экон. наук, член-корр. РАН (ИСПИ РАН, г. Москва); В. С. Тикунов, д-р геогр. наук, профессор (МГУ им. Ломоносова, г. Москва); С. Пестрак, профессор (Институт Жана Лямура университета Лотарингии, г. Нанси, Франция)
Редакционная коллегия	М. Т. Абшаев, д-р физ.-мат. наук, профессор (Высокогорный геофизический институт, г. Нальчик); А. А. Лиховид, д-р геогр. наук, профессор; В. С. Белозеров, д-р геогр. наук, профессор (главный редактор); Т. П. Бондарь, д-р мед. наук, профессор; В. Б. Бородулин, д-р мед. наук, профессор (Саратовский ГМУ Росздрава, г. Саратов); О. А. Бутова, д-р мед. наук, профессор; Т. И. Герасименко, д-р геогр. наук, профессор (Оренбургский гос. университет, г. Оренбург); В. А. Гридин, д-р геол.-минерал. наук, профессор; Л. И. Губарева, д-р биол. наук, профессор; Т. И. Джандарова, д-р биол. наук, доцент; Ю. И. Диканский, д-р физ.-мат. наук, профессор; Л. А. Диневич, д-р физ.-мат. наук, профессор (Тель-Авивский университет, г. Тель-Авив); К. В. Ерин, д-р физ.-мат. наук, профессор; А. И. Жакин, д-р физ.-мат. наук, профессор (Юго-Западный гос. университет, г. Курск); А. Р. Закинян, канд. физ.-мат. наук, доцент; А. О. Иванов, д-р физ.-мат. наук, профессор (Уральский федеральный университет им. Б. Ельцина); А. А. Коляда, д-р физ.-мат. наук, доцент (Белорусский гос. университет, г. Минск); С. А. Куникин, канд. физ.-мат. наук, доцент; А. Д. Лодыгин, д-р техн. наук, доцент; А. В. Лысенко, д-р геогр. наук, доцент; И. Н. Молодикова, канд. геогр. наук (Центрально-Европейский университет, г. Будапешт); В. И. Наац, д-р физ.-мат. наук, профессор; Т. Г. Нефедова, д-р геогр. наук, вед. науч. сотрудник РАН (ИГ РАН, г. Москва); П. М. Полян, д-р геогр. наук, вед. науч. сотрудник РАН (ИГ РАН, г. Москва); В. В. Разумов, д-р геогр. наук, профессор; Л. Д. Тимченко, д-р ветеринар. наук, профессор; Л. Д. Цатурян, д-р мед. наук, профессор (Ставропольский гос. мед. университет, г. Ставрополь); Н. И. Червяков, д-р техн. наук, профессор; В. А. Шальнев, д-р геогр. наук, профессор; Н. А. Щитова, д-р геогр. наук, профессор; А. С. Молахосени, канд. наук, доцент (Исламский университет Азад, Керман, Иран); Х. А. А. Кдаис, канд. техн. наук, профессор (Иорданский университет науки и технологии, Амман)
Свидетельство о регистрации	ПИ № ФС77–52723 от 8.02.2013
Подписной индекс	Объединенный каталог. ПРЕССА РОССИИ. Газеты и журналы: 94011
Журнал включен	в БД «Российский индекс научного цитирования». Журнал «Вестник Ставропольского государственного университета» перерегистрирован в журнал «Наука. Инновации. Технологии» в связи с переименованием учредителя.
Журнал	в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, с 1 декабря 2015 г.
Адрес Телефон Сайт E-mail	355009, г. Ставрополь, ул. Пушкина, 1 (8652) 33-07–32 www.ncfu.ru nit_ncfu@mail.ru
ISSN	2308–4758
©	ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», 2017

	«Science. Innovations. Technologies» North Caucasus Federal University
Founder	Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «North Caucasus Federal University»
Editor in chief	V. S. Belozеров, Doctor of Geographical Sciences, professor
Editorial Council	A.A. Levitskaya, chairman, Rector SKFU, PhD. Philology Sciences, Associate Professor; A.A. Likhovid, Vice Chairman, Doctor of Geographical Sciences, Professor; V.S. Belozеров, Chief Editor, Doctor of Geographical Sciences, professor; M.Ch. Zalikhonov, Dr. of Geographical Sciences, professor, academician of the Russian Academy of Sciences (Mountain Geophysical Institute, Nalchik); A.G. Hramtsov, Dr. Technical Sciences, Professor, academician of the Russian Academy of Sciences; Y.Y. Balega, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, academician of the Russian Academy of Sciences (SAO RAS, p. Lower Arhiz); S.V. Ryazantsev, Dr. of Economic Sciences, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (ISPR RAS, Moscow); V.S. Tikunov, Doctor of Geographical Sciences, professor (Lomonosov Moscow State University, Moscow); S. Pestrak, Professor (Institute Jean Lamour, Measurement and electronic architectures group, Nancy, France)
Editorial Board	M.T. Abshaev, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, professor (Mountain Geophysical Institute, Nalchik); A.A. Likhovid, Dr. of Geographical Sciences, professor; V.S. Belozеров, Dr. of Geographical Sciences, professor, editor in chief; T.P. Bondar', MD, professor; V.B. Borodulin, MD, Professor (Saratov State Medical University, Saratov); O.A. Butova, MD, professor; Gerasimenko T.I., Dr. of Geographical Sciences, Professor (Orenburg State University, Orenburg); Gridin V.A., Dr. of geological-mineralogical Sciences, Professor; L.I. Gubareva, Sc. D., Professor; T.I. Dzhandarova, Sc. D., Associate Professor; Y.I. Dikanskiy, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, professor; L.A. Dinevich, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Professor (Tel-Aviv University, Tel-Aviv); K.V. Erin, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, professor; A.I. Zhakin, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Professor (Southwest State University, Kursk); A.R. Zakinyan, candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor; A.O. Ivanov, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Professor (Yeltsin's Ural Federal University); A.A. Kolyada, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor (Belarusian State University, Minsk); S.A. Kunikin, Ph.D., Associate Professor; A.D. Lodygin, Dr. of Technical Sciences, associate professor; A.V. Lysenko, Dr. of Geographical Sciences, associate professor; I.N. Molodikova, Ph.D. (Central European University, Budapest); V.I. Naats, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Professor; T.G. Nefedova, Dr. of Geographical Sciences, Leading Researcher, Russian Academy of Sciences (IG RAS, Moscow); P.M. Polyan, Dr. of Geographical Sciences, Leading Researcher, Russian Academy of Sciences (IG RAS, Moscow); V.V. Razumov, Dr. of Geographical Sciences, Professor; L.D. Timchenko, Dr. of Veterinary Sciences, Professor; Tsaturyan L.D., MD, Professor (Stavropol State Med. University, Stavropol); N.I. Chervyakov, Dr. of Technical Sciences, professor; V.A. Shalnev, Dr. of Geographical Sciences, Professor; N.A. Shitova, Dr. of Geographical Sciences, Professor; A.S. Molahosseini, assistant professor, PH.D (Islamic Azad University, Kerman); H. Qdais, Ph.D in environmental engineering, professor (Jordan University of science and technology, Amman)
Certificate	ПИ № ФС77–52723 dated February 8th 2013.
The Index	The Journal is included in the DB «Russian index of the scientist quoting».
The journal	«Bulletin of the Stavropol state University» renamed in the journal «Science. Innovations. Technologies» due to renaming of the founder.
The journal	is recommended by the State Commission for Academic Degrees and Titles for publishing the dissertation research results
Adress	355009, Stavropol, Pushkin street, 1
Phone	8 (8652) 33-07–32
Site	www.ncfu.ru
E-mail	nit_ncfu@mail.ru
ISSN	2308–4758

СОДЕРЖАНИЕ

«Наука. Инновации. Технологии», №2, 2017

ФИЗИКО–МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

**Ирхин В.П., Мельник В.А.,
Шведов Д.С.**

Совмещение разнотипных бинарных операций в непозиционных вычислителях 7

Копыткова Л.Б. Анализ алгоритмов выполнения основных арифметических операций в квадратичной СОК 17

**Кузнецов А.А., Сватовский И.И.,
Шевцов А.В.**

Математические модели аутентификации сообщений в пост-квантовых криптосистемах на основе помехоустойчивого кодирования 29

**Малофей О.П., Малофей А.О.,
Шаньгина А.Е.**

Анализ алгоритмов помехоустойчивого кодирования и повышение их эффективности в сложных системах 43

Рябинин Ю.Е., Финько О.А.

Математическая модель скрытой, помехоустойчивой передачи информации, представленной в модулярном коде 53

Савотченко С.Е., Горлов А.С.

Резонансные особенности распространения вынужденных волн в жидкостях по трубам 63

Чиркунов Ю.А., Пикмуллина Е.О.

Точные решения нелинейных уравнений
мелкой воды над прямолинейным дном 73

**Шаповалов А.В., Шаповалов В.А.,
Рязанов В.И.**

Математическая модель распространения
примесей в ближней зоне при работе ра-
кетных двигателей 87

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

Галай Б.Ф., Сербин В.В., Плахтюкова В.С., Галай О.Б.

Лёссовые грунты Северного Кавказа и
Крыма (сравнительный анализ). 97

**Данилова Н.Е., Кульгина Л.М.,
Семенова Ю.А., Закинян Р.Г.**

Исследование влияния параметров при-
земного слоя на развитие облачной кон-
векции 109

Дегтярева Т.В., Шальнев В.А.

Геохимические поля микроэлементов ландшафтов высокогорной области Большого Кавказа 119

Искалиев Д.Ж. Городское расселение Казахстана: тенденции и факторы 131

Медведев К.Ю. Перспективы применения нестационарного заводнения с целью повышения выработки запасов нефти 147

**Разумов В.В., Молчанов Э.Н.,
Разумова Н.В., Шагин С.И.**

Подтопление земель в Приволжском регионе России 159

Соловьев И.А.	Адаптационно-интеграционные аспекты государственной политики на Северном Кавказе по отношению к иммигрантам	187
----------------------	---	-----

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Супрунчук В.Е., Денисова Е.В.	Белок-полисахаридные микрокапсулы, сформированные на матрицах различной природы	199
--------------------------------------	---	-----

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ		207
------------------------------	-----------	-----

ABOUT THE AUTHORS		209
--------------------------	-----------	-----

ФИЗИКО–МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

«Наука. Инновации. Технологии», №2, 2017

УДК 004.272

Ирхин В.П. [Irhin V.P.],
Мельник В.А. [Melnik V.A.],
Шведов Д.С. [Shvedov D.S.]

СОВМЕЩЕНИЕ РАЗНОТИПНЫХ БИНАРНЫХ ОПЕРАЦИЙ В НЕПОЗИЦИОННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЯХ

**Combining different types of binary operations
in the nonposition calculators**

Рассмотрен ряд методов выполнения арифметических операций в непозиционной системе счисления. Для совмещения всех операций базового набора предложен алгоритм и реализующее его схемотехническое решение. Работа устройства рассмотрена в различных режимах его функционирования. Одновременное выполнение аддитивных и мультипликативных операций базируется на использовании теории индексов, а также разложении в ряд одного из операндов по степени числа два. Предложен оригинальный подход к построению непозиционных вычислителей, основанный на синтезе цифровой и аналоговой техники. Данные варианты проектирования будут способствовать унификации вычислительного оборудования, а следовательно, повышению надежности полученных устройств. Одной из трудностей совмещения бинарных операций является объединение коммутативных с некоммутативными. В заключении работы намечен путь ее преодоления.

A number of methods are offered for performing arithmetic operations in nonpositional numeral system. The algorithm and its circuit solution are proposed to combine all operations of basic set. Operation of device is discussed in various modes of functioning. Simultaneous execution additive and multiplicative operations are based on the use of index theory, as well as the expansion the number of the operands for the two degree. The original approach was proposed to build nonpositional calculators based on the synthesis of digital and analog techniques. These design options will facilitate the unification of computer equipment and, consequently, improve the reliability of the devices. One of the difficulties of combining binary operation is commutative association with non-commutative. At the end of the work is scheduled path to overcome it.

Ключевые слова: параллельное вычисление, модулярная система счисления, спецвычислитель, совмещение операций.

Key words: parallel computation, modular number system, special calculator, combination of operations.

Введение

Непрерывное развитие информационных технологий сегодня наталкивается на ограничения в совершенствовании базовых элементов автоматизированных систем, в первую очередь связанные с приближением к физическому пределу полупроводниковых приборов.

В последнее время наблюдается рост числа публикаций по разработке и совершенствованию непозиционных вычислительных структур, основанных на базе модулярной системы счисления (МСС). В отличие от позиционных, они отличаются высокой надежностью и производительностью. Применение

вычислительных трактов (ВТ) в МСС возможно и в традиционных ЭВМ для увеличения глубины контроля (например, по группе модулей [1, 2]), так и для построения непозиционных вычислителей.

Одним из направлений их реализации является разработка нетрадиционных методов кодирования информации и соответствующих им вариантов машинной арифметики. В рамках данного подхода особое место занимают системы с параллельной структурой, в частности МСС. Основная идея, предопределяющая использование теоретико-числовых методов в вычислительных структурах, состоит в распараллеливании обрабатываемой информации в независимых каналах, количество и характеристики которых связаны с числовым диапазоном точностью вычислений.

Материалы и методы исследований

Вычислительный процесс в МСС отличает малоразрядность остатков, представляющих число, что дает возможность использования табличного варианта реализации. В этом случае остатки от деления операндов на модули системы представляются однопозиционным кодом и операции базового набора (сложение, вычитание и умножение) выполняются за один такт. Недостатком данного метода является существенный рост аппаратных затрат при увеличении разрядности операндов.

Для разработки рациональных структур ВТ в МСС требуется дальнейшее улучшение их основных характеристик с целью реализации модульных операций базового набора. При табличном варианте их реализации основу, выполняющую операции по модулю, составляет матрица, построенная на двухвходовых элементах И, расположенных в местах пересечения горизонтальных и вертикальных шин (аппаратный образ таблицы Кэли) [3]. После поступления на них операндов в унитарном коде, на входе одного из элементов появляется сигнал. Каждой операции соответствует своя коммутация входных шин элементов И. Следовательно путем соответствующего соединения возможно выполнение различных бинарных операций на одной матрице.

Оптимизация структуры подобного вычислительного тракта возможна при использовании различных симметрий арифметической таблицы Кэли. При этом примерно на порядок уменьшаются аппаратные затраты [4]. Дальнейшее существенное сокращение используемого оборудования требует многоуровневого построения матрицы при определенной потере производительности.

Рассмотрим вариант выполнения модульных операций в МСС, основанный на методе кольцевого вращения. Он основан на использовании кольцевых регистров сдвига (КРС). Особенность данного метода заключается в том, что результат арифметической операции $|\alpha_i \pm \beta_i|_{m_i}$ по произвольному основанию МСС из совокупности оснований $\{m_i\} (i = 1, N)$, определяется путем циклических сдвигов в двоичных регистрах заданной структуры. Поэтому

для формирования модульной суммы (разности) в унитарном коде достаточно унитарный код вычета α сдвинуть влево (право) на β двоичных разрядов. Если вычеты представляются в двоичной системе счисления, то каждая из аддитивных операций по основанию МСС реализуются с помощью дешифраторов, осуществляющих формирование унитарного кода операндов, КРС и шифраторов, преобразующих унитарный код результата операции в двоичный код. Операция умножения в методе кольцевого вращения выполняется с использованием теории индексов, в рамках которой мультипликативные операции заменяются аддитивными подобно замене умножения в аргументе логарифма сложением логарифмов.

Отсутствие междурядных связей в ходе реализации кольцевых операций является одной из главных и наиболее привлекательных особенностей МСС. В [5] рассмотрены структуры для выполнения операции модульного сложения методом кольцевого вращения. Однако существует возможность их использования и для других операций [6]. Идея расширения функциональных возможностей вычислителя заключается в следующем. Согласно теории индексов

$$i_{A \cdot B} = |i_A + i_B|_{m-1},$$

$$i_{A/B} = |i_A - i_B|_{m-1},$$

где m – модуль,
 $i_{A \cdot B}$ – индекс произведения числа A и B ,
 $i_{A/B}$ – индекс частного от деления числа A на число B ,
 i_A, i_B – соответственно индексы чисел A и B .

Из приведенной формулы вытекает возможность замены умножения чисел сложением их индексов по модулю $(m-1)$, а деления чисел – вычитанием их индексов по модулю $(m-1)$. Для перехода от индексов к фактическому числу используются антииндексы $N(i_A), N(i_B)$.

Технической основой для подобного метода реализации являются кольцевые регистры сдвига (КРС), представляющие замкнутый в кольцо набор триггеров, число которых кратно модулю m проводимой операции.

Перспективный метод построения непозиционных вычислителей МСС основан на получении результата аддитивной операции путем кодирования чисел дискретными состояниями фазы периодического колебания [7].

Одним из методов построения вычислительных трактов в модулярной системе счисления (МСС) является вариант, использующий набор корреляторов и управляющих фазовращателей. Суть его заключается в использовании при реализации операции модульного сложения свойства периодичности гармонической функции. Если гармонический сигнал $u(t) = U \cos \omega t$ проходит че-

рез N последовательно соединённых фазовращателей, то на выходе последнего сигнал будет описываться выражением

$$U_N(t) = U \cos \left(\omega t - \sum_{i=1}^N \Delta \varphi_i \right),$$

где $\Delta \varphi_i$ – сдвиг фазы в i -м фазовращателе, $i = \overline{1, N}$.

Если в i -м фазовращателе сдвиг фазы $\Delta \varphi_i$ прямо пропорционален значению i -го слагаемого

$$A_i \quad (A_i = \overline{0, m-1}), \text{ то } \Delta \varphi_i = \frac{2\pi}{m} A_i,$$

где m – величина модуля.

Таким образом, после прохождения гармонического сигнала через N фазовращателей, фаза сигнала на выходе последнего будет прямо пропорциональна значению модуля суммы N чисел

$$\alpha = \left| \sum_{i=1}^N A_i \right|_m.$$

Таким образом для определения суммы N чисел по модулю m достаточно измерить сдвиг фазы гармонического колебания на выходе устройства относительно входа. При этом происходит существенное повышение быстродействия реализации операций в МСС по сравнению с цифровой схмотехникой. Метод основан на объединении аналоговой и цифровой схмотехники. Однако с ростом модуля m построение вычислительного тракта существенно усложняется. Также, ввиду увеличения числа градаций фазы, вызывает трудности достоверность измерения величины сдвига фазы. Для преодоления этих трудностей предлагается подход, связанный с заменой операции $\left| \sum_{i=1}^N A_i \right|_m$ на операции $\left| \sum_{i=1}^N A_i \right|_{m_1}$ и $\left| \sum_{i=1}^N A_i \right|_{m_2}$ ($m = m_1 \cdot m_2$ – модуль операции, m_1 – первый подмодуль, m_2 – второй подмодуль) с последующим преобразованием промежуточных сумм в результат операции по модулю m . Исходя из минимизации количества используемого оборудования, уместно выбрать $m_1 = m_2$, т.е. $m_1(m_2) = \sqrt{m}$. Так как сборка результатов переменных по подмодулям представляет обычную бинарную операцию, то ее можно выполнить табличным методом.

Недостатком подобных вычислений является низкая загрузка используемых узлов при выполнении модульной операции. Управляемые фазовращатели используются однократно. Было предложено многократно использовать такой узел для представления каждого слагаемого. Для этой цели используется мультиплексор, который предназначен для последовательной передачи одного из N слагаемых на вход схемы. Несмотря на определенное снижение быстродействия, связанное с переключением, данный сумматор может

найти применение в вычислительных структурах, реализованных на управляемых фазовращателях, с целью унификации оборудования. Дополнительным его достоинством является гибкое изменение слагаемых от 2 до N . Операция модульного вычитания обычно сводится к модульному сложению путем использования соотношения $|A - B|_m = |A + (m - B)|_m$.

Основным недостатком данного подхода является алгоритмическая и схемотехническая сложность построения немодульных вычислителей, реализующих мультипликативные операции.

Следовательно, наиболее рационален метод кругового вращения, позволяющий при ограниченных аппаратурных затратах унифицировать проведение комплекса операций базового набора. Рассмотрим конкретную схему подобного устройства и его функционирование.

Схема работает по следующему алгоритму [8].

- 1) операция сложения (вычитания) производится обычным путем с помощью кольцевого регистра сдвига КРС, при сложении производится запись операнда A в унитарном коде в КРС и затем сдвиг содержимого вправо на B разрядов (при вычитании влево).
- 2) операция умножения (деления) производится так:
 - а) с помощью преобразователя $ПК_{МУ}$ вычисляется индекс второго операнда B ;
 - б) производится сложение (вычитание) индексов по модулю $(m-1)$;
 - в) индекс результата преобразуется из унитарного кода в модулярный путем соответствующей коммутации шин на входах третьего блока $И_{III}$ элементов $И$, т.е. производится нахождение антииндекса результата модульной операции с последующей шифрацией в двоичный код из унитарного.

На рисунке представлена структурная схема устройства, где Vx_2 – второй информационный вход устройства, $ПК_{МУ}$ – преобразователь модулярного кода устройства в унитарный код индекса, $И_1$ – первый блок элементов $И$, Vx_T – тактовый вход устройства, $ЭЗ_1$ – первый элемент запрета, $И_1$ – первый элемент $И$, $И_2$ – второй элемент $И$, КРС – кольцевой регистр сдвига, $И_{II}$ – второй блок элементов $И$, $ПК_{УМ}$ – преобразователь унитарного кода в модулярный, $V_{вых}$ – выход устройства, $Vx_{И1}$ – первый информационный вход устройства, ДШ – дешифратор, $И_v$ – пятый блок элементов $И$, $И_{v1}$ – шестой блок элементов $И$, $И_4$ – четвертый элемент $И$, $И_5$ – пятый элемент $И$, $ИЛИ_{II}$ – второй блок элементов $ИЛИ$, $И_{III}$ – третий блок элементов $И$, $ИЛИ_{III}$ – третий блок элементов $ИЛИ$, $И_{IV}$ – четвертый блок элементов $И$, $ИЛИ_1$ – первый блок элементов $ИЛИ$, $СЧ_{ВЫЧ}$ – вычитающий счетчик, $ИЛИ-НЕ$ – элемент $ИЛИ-НЕ$, Vx_+ – вход задания сложения устройства, Vx_- – вход задания вычи-

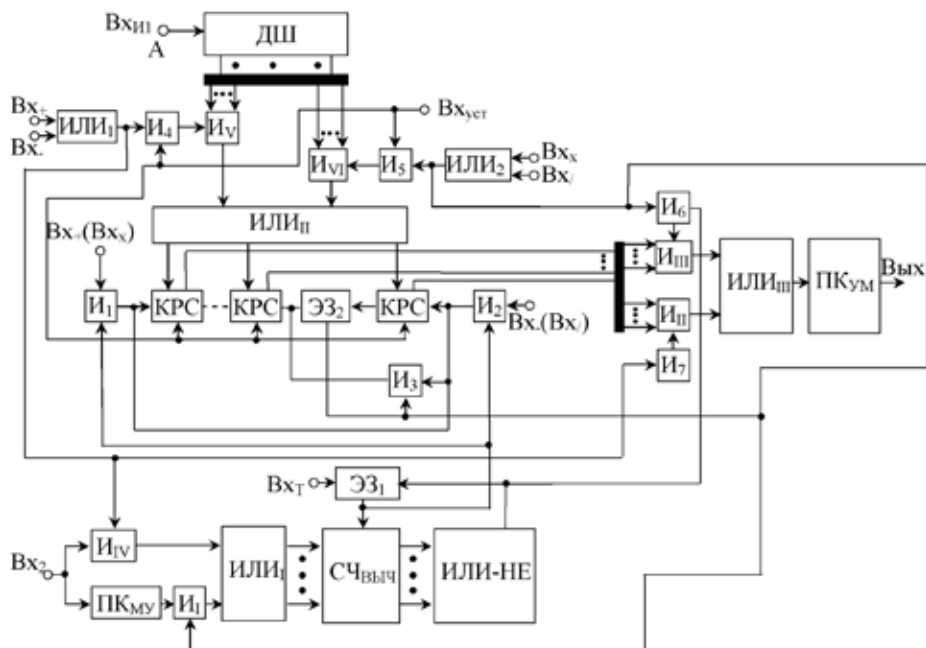


Рис. 1. Структурная схема вычислительного устройства.

тания устройства, ИЛИ_I – первый элемент ИЛИ, И₇ – седьмой элемент И, Vx_х – вход задания умножения устройства, Vx_д – вход задания деления устройства, ИЛИ₂ – второй элемент ИЛИ, И₆ – шестой элемент И, И₃ – третий элемент И, ЭЗ₂ – второй элемент запрета, Vx_у – установочный вход устройства.

За счет использования унитарного кода числа А (после дешифратора ДШ) преобразование $A \rightarrow i_A$ сводится к соответствующей коммутации выходных шин дешифратора ДШ на входах шестого блока И_{V_I} элементов И, а преобразователь ПК_{УМ} унитарного кода индекса в модульный реализуется соответствующей коммутацией входных шин (рис. 1). Преобразователь ПК_{МУ} модульного кода в унитарный код индекса предназначен для преобразования одного двоичного числа в другое и реализуется на базе элементов И и ИЛИ, например для модуля $m = 7$ согласно табл.1.

Таблица 1

A(B)	0	1	2	3	4	5	6
$i_A(i_B)$	–	0	4	5	2	1	3

Исходя из приведенных рассуждений, необходимо обеспечить всего две операции (сложение и вычитание по модулю), но для проведения умножения и деления по модулю эти операции нужно реализовать их с модулем $(m-1)$. Это производится путем введения третьего элемента И₃, которые реализованы при помощи логики КМОП и позволяют проводить двунаправленную передачу (как с входа на выход, так и с выхода на вход).

Рассмотрим работу устройства. Кольцевой регистр сдвига (КРС) содержит m двоичных разрядов $(0 - (m - 1))$, m – значение модуля. Исходное состояние КРС – нули во всех разрядах. Сигнал на выходе элемента ИЛИ-НЕ появляется в том случае, когда на всех выходах счетчика $СЧ_{\text{выч}}$ будут нули. Одиночный импульс, поступающий со входа $V_{x_{\text{уст}}}$ обеспечивает запись единицы в A -ом разряде $(A = 0 \div (m - 1))$ КРС. Для упрощения схемы особенности двунаправленной передачи во втором элементе запрета $ЭЗ_2$ и в третьем $И_3$ элементе И в зависимости от вида сдвига (вправо или влево) разрядов КРС на схеме не показаны. Работу схемы удобно рассмотреть при выполнении двух типов операций.

1) *Режим модульного сложения.* В этом случае операнд A в двоичном коде поступает на вход дешифратора ДШ. При поступлении импульса по входу $V_{x_{\text{уст}}}$ в A -ом разряде КРС будет записана единица, т.к. присутствует сигнал на шине V_{x_+} и следовательно открыты элементы И пятого $И_V$ блока элементов И. Операнд B в двоичном коде поступает через четвертый $И_{IV}$ блок элементов И, первый $И_I$ блок элементов ИЛИ. В счетчике $СЧ_{\text{выч}}$ устанавливается операнд B в двоичном коде. С тактового входа поступает через открытый первый $ЭЗ_1$ элемент запрета на вход счетчика $СЧ_{\text{выч}}$, а также на вход сдвига вправо содержимого КРС через открытый элемент $И_6$ (присутствует сигнал на входе V_{x_+}). В данном случае сигнала на управляющий вход второго $ЭЗ_2$ элемента запрета и второй вход третьего $И_3$ элемента И не поступает, поэтому КРС обеспечивает сдвиг разрядов с циклом, равным m через элемент запета $ЭЗ_2$. Производится продвижение единицы, записанной в КРС на B двоичных разрядов вправо.

Когда содержимое счетчика $СЧ_{\text{выч}}$ станет равным нулю, то сигнал с выхода ИЛИ-НЕ закроет элемент $ЭЗ_1$ запрета, запрещая прохождение импульсов на сдвиг двоичных разрядов КРС и одновременно этот сигнал поступает на второй вход седьмого $И_7$ элемента И, с выхода которого сигнал поступает на второй вход второго $И_{II}$ блока элементов И, обеспечивая прохождение результата операции модульного сложения, полученного в унитарном коде через третий ИЛИ $_{III}$ блок элементов ИЛИ на вход преобразователя $ПК_{\text{ум}}$ унитарного кода в модульный. С выхода преобразователя $ПК_{\text{ум}}$ унитарного кода в модулярный результат операции в двоичном коде поступает на выход $V_{\text{вых}}$ устройства.

2) *Режим модульного вычитания.* Работа устройства при выполнении операции модульного вычитания $|A - B_m|$ отличается от модульного сложения только тем, что присутствует сигнал на входе V_{x_-} , поэтому производится сдвиг разрядов КРС на B двоичных разрядов влево.

3) *Режим модульного умножения.* В том случае на управляющий вход второго $ЭЗ_2$ элемента запрета и на второй вход третьего $И_3$ элемента И поступает сигнал. В данном случае КРС представля-

ет цепь из $(m - 1)$ двоичных разрядов, т.е. его цикл равен $(m - 1)$. Следовательно производится работа по модулю $(m - 1)$. Операнд А поступает на вход дешифратора ДШ, выходы которого скомутированы на входах шестого I_{VI} блока элементов И в соответствии с индексами операнда А и с выходами шестого I_{VI} блока элементов И (сигнал на выходе пятого I_5 элемента И присутствует) через второй ИЛИ_{II} блок элемента ИЛИ поступает на запись единицы (аналогично случаю модульного сложения) в i_A -ом разряде регистра КРС.

Операнд В поступает в двоичном коде на вход преобразователя $ПК_{МУ}$ модулярного кода в код индекса. В счетчике $СЧ_{ВЫЧ}$ устанавливается значение i_B в двоичном коде (сигнал на втором входе первого I_1 блока элементов И присутствует). Дальнейший процесс до завершения сдвига разрядов КРС происходит аналогично операции модульного сложения, но затем результат $(i_A + i_B)$ в унитарном коде поступает на соответствующий значению антииндекса $(i_A + i_B)$ вход третьего I_{III} блока элементов И через третий ИЛИ_{III} блок элементов ИЛИ, преобразователь $ПК_{УМ}$ унитарного кода в модулярный значение результата операции $|A - B|_m$ поступает на выход Вых устройства.

4) Режим модульного деления. Работа устройства при выполнении модульного деления $|A/B|_m$ отличается от модульного умножения только тем, что присутствует сигнал на входе Vx_l , поэтому производится сдвиг разрядов КРС на i_B двоичных разрядов влево.

Таким образом показано, что подобная реализация позволяет совместить все бинарные операции базового набора в одном вычислителе.

Результаты исследований и их обсуждение

Развитие вычислительных структур в МСС возможно на основе метода, объединяющего аналоговую и цифровую схемотехнику. Основным его недостатком является выполнение только аддитивных операций. В [9] предложен путь реализации в подобных устройствах мультипликативных операций. Суть его состоит следующем: пусть А – первый операнд, В – второй и необходимо провести операцию модульного умножения $|A \times B|_m$, где m – модуль.

Представим число В в виде $B = S_{b-n} \cdot 2^{b-n} + \dots + S_{b-l} \cdot 2^{b-l} + S_0 \cdot 2^0$.

$$\text{Тогда} \quad A \times B = \sum_{i=0}^{l-1} A \cdot 2^i \cdot S_i \quad (l = \left\lceil \log_2 \frac{m-1}{2} \right\rceil, S_i = 0 \text{ либо } 1,$$

т.е. равно значению соответствующего разряда в двоичном представлении числа В). Произведение вида $|A \times 2^i|_m$ можно получить при помощи блока умножения на константу по модулю. Следовательно, для получения результата операции $|A \times B|_m$ необходимо произвести последовательное сложение чисел вида $|A \times 2^i|_m$ для тех разрядов двоичного представления числа В, S_i которых равны 1.

Таким образом, в одном устройстве можно организовать совмещение аддитивных и мультипликативных операций. Сокращение количества используемого оборудования может быть достигнуто за счет использования свойств симметрии таблицы Кэли относительно вертикали и горизонтали.

Рассмотренные варианты совмещения различных операций в непозиционных вычислителях при различных методах их построения позволяют сделать вывод о возможной унификации подобных устройств. Повышение надежностных характеристик спецвычислителей целесообразно проводить в направлении их многоуровневого построения. При реализации совмещения наибольшие трудности представляют некоммутативные операции, отличающиеся меньшим числом осей симметрии таблицы. Интересным является подход объединения их с коммутативными, где пространственная зависимость результата операции от перестановки ее элементов заменяется анализом временного порядка их следования.

Возможно также преобразование некоммутативной операции модульного деления в коммутативную (умножения) путем замены второго операнда на его мультипликативную инверсию.

Выводы

В результате сравнительного анализа определен метод кругового вращения, как наиболее подходящий для построения непозиционного вычислителя с совмещением различных операций. Приведено конкретное схемотехническое решение, реализующее данный метод. Рассмотрен алгоритм его функционирования и работа в различных режимах. Намечены дальнейшие направления исследования вопросов совмещения модульных операций в подобных вычислениях.

Библиографический список

1. А.С. СССР №1809437. Арифметическое устройство по модулю (В.П. Ирхин и др). 1993. Бюл. №14.
2. Амербаев В.М. Применение информационной избыточности для повышения надежности арифметического узла вычислительного элемента бимодульной арифметики / В.М. Амербаев, Е.С. Балака, Д.В. Тельпухов, Р.А. Соловьев // Наука. Инновации. Технологии. 2015. №1. С. 36–50.
3. Дмитриев Ю.К. Самодиагностика модульных вычислительных систем / Ю.К. Дмитриев. Новосибирск: ВО «Наука». Сибирская издательская фирма, 1993. 293 с.
4. Долгов А.Н. Диагностика устройств, функционирующих в системе остаточных классов / А.Н. Долгов. М.: Радио и связь, 1982. 64 с.
5. Ирхин В.П. Проектирование непозиционных специализированных процессоров / В.П. Ирхин. Воронеж: Издательство Воронежского государственного университета, 1999. 136 с.

6. Ирхин В.П. Расширение функциональных возможностей вычислителей в телекоммуникационных устройствах / В.П. Ирхин, В.А. Мельник, Д.С. Шведов // Вестник Воронежского института ФСИН России, 2016. №1. С. 21–25.
7. Овчаренко Л.А. Вариант реализации основных операций в модулярном арифметическом устройстве // Телекоммуникации. 2001. №3. С. 8–11.
8. Патент РФ №2338241. Устройство для умножения чисел по модулю. (В.П. Ирхин и др.). 2008. Бюл. №31.
9. Скрыль С.В. Реализация операций модулярной арифметики в системах телекоммуникаций / С.В. Скрыль, В.П. Ирхин, В.А. Мельник, Р.В. Кузьменко // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. №11. С. 21–27.

References

1. A.S. SSSR №1809437. Arifmeticheskoe ustrojstvo po modulyu (V.P. Irhin i dr.). 1993. Byul. №14.
2. Amerbaev V.M., Balaka E.S., Telpuhov D.V., Solovyev R.A. Primenenie informacionnoi izbytochnosti dlya povysheniya nadezhnosti arifmeticheskogo uzla vychislitelnogo ehlementa bimodulnoi arifmetiki (Application information redundancy to improve reliability the arithmetic unit computing elements bimodule arithmetic). Nauka. Innovacii. Tekhnologii, 2015, № 1, pp. 36–50.
3. Dmitriev YU.K. Samodiagnostika modulnyh vychislitelnyh sistem (Self-diagnosis of modular computing systems). Novosibirsk: VO «Nauka». Sibirskaya izdatelskaya firma, 1993. 293 p.
4. Dolgov A.N. Diagnostika ustroystv, funkcioniruyushchih v sisteme ostatochnykh klassov (Diagnostics devices functioning at residue number system). – Moscow: Radio i svyaz. 1982. 64 p.
5. Irhin V.P. Proektirovanie nepozitsionnyh specializirovannyh procesorov (Designing nonpositional specialized processors). Voronezh: Izdatelstvo Voronezhskogo gosuniversiteta. 1999. 136 p.
6. Irhin V.P., Melnik V.A., SHvedov D.S. Rasshirenie funktsionalnyh vozmozhnostey vychislitelej v telekommunikatsionnyh ustrojstvakh (The extension functionality of calculators in telecommunication devices). Vesnik Voronezhskogo instituta FSIN Rossii, 2016, № 1, pp. 21–35.
7. Ovcharenko L.A. Variant realizacii osnovnyh operacij v modul'nom arifmeticheskom ustrojstve (An embodiment of basic operations in modular arithmetic unit). Telecommunications, 2001, № 3, pp. 8–11.
8. V.P. Irhin. Pat. №2338241 RF. Ustrojstvo dlya umnozheniya chisel po modulyu (The device for multiplying numbers modulo). 2008. Byul. № 31.
9. Skryl S.V., Irhin V.P., Melnik V.A., Kuzmenko R.V. Realizaciya operacij modul'noy arifmetiki v sistemah telekommunikacij (The implementation of the operations of modular arithmetic in communication systems). Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol, diagnostika, 2015, №11, pp. 21–27.

УДК 004.315

Копыткова Л.Б. [Kopytkova L.B.]

АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ОСНОВНЫХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ В КВАДРАТИЧНОЙ СОК

Analysis of algorithms performing basic arithmetic operations in the quadratic RNS

В статье исследуется вопрос представления комплексных чисел в системе остаточных классов и построения алгоритмов операций сложения и умножения. Идея построения подобных систем состоит в определении отображения множества комплексных чисел на кольцо целых чисел. Основное внимание уделяется квадратичной системе остаточных классов. Идея построения подобной системы состоит в представлении целого комплексного числа z в виде пары целых $(X; Y)$ по выбранным модулям. Правила арифметических операций над комплексными числами, представленными парами вычетов по выбранным основаниям, не отличаются от правил арифметических операций в СОК в вещественной области. Выполнение операций умножения и сложения двух комплексных чисел в квадратичной СОК происходит модульно, в параллельных каналах и содержит только эти две арифметические операции, что позволяет сократить объёмы вычислений.

In this paper we explore the question of representing complex numbers in a residue number system and build algorithms for the operations of addition and multiplication. The idea of the construction of such systems is in determining how the set of complex numbers the ring of integers. The main attention is paid to quadratic residue number system. The idea of building such a system is to provide a complex number z as a pair of integers $(X; Y)$ for the selected modules. The rules of arithmetic operations on complex numbers presented residue pairs at selected bases, do not differ from the rules of arithmetic operations in the RNS for real integers. The operations of addition and multiplication two complex numbers in quadratic RNS is modular, parallel channels and contains only two arithmetic operations that can reduce the volume of calculation.

Ключевые слова: система остаточных классов, комплексная система остаточных классов, квадратичная система остаточных классов, модулярная арифметика, параллельные вычисления, операция нахождения остатка.

Key words: residue number system, complex-number RNS (CRNS), quadratic RNS (QRNS), modular arithmetic, parallel computation, the operation of finding the residues.

Введение

Результаты теоретических и практических исследований отечественных и зарубежных учёных показывают, что одним из перспективных многообещающих путей решения задач сокращения времени обработки данных и повышения надежности вычислительных средств является применение различных форм параллельной обработки данных, в том числе и на основе числовых систем с параллельной структурой. Естественный параллелизм системы остаточных классов (СОК) привлекает возможностью её применения в различных областях, например, при цифровой обработке сигналов, в криптографии, системах передачи данных, при построении нейропро-

цессоров и других областях. Однако широкий круг приложений не позволяет ограничиться только областью целых чисел. Поэтому возникает потребность строить параллельную арифметику и на других числовых множествах, в частности в комплексной области.

Материалы и методы исследований

Идея построения системы остаточных классов в других областях состоит в построении изоморфного отображения рассматриваемого числового множества на кольцо целых чисел, т.е. отображения одного динамического диапазона на другой. Для представления комплексных чисел в СОК необходимо указать способ отображения их во множество целых чисел. Если такое отображение построено, то СОК для целых чисел может быть перенесена и на числа другого диапазона.

Методы исследований проблемы построения модулярной арифметики в комплексной области базируются на фундаментальных положениях алгебры, теории чисел, а также на результатах построения СОК для множества целых чисел и возможностях математического моделирования.

Результаты исследований и их обсуждение

Существуют различные способы представления комплексных чисел. Эти построения и определяют возможность отображения множества комплексных чисел на другие числовые множества [3].

Один из способов построения такого отображения дает фундаментальная теорема Гаусса [1, 2]. Согласно этой теореме, по заданному модулю $m = p + qi$ с нормой $\|m\| = p^2 + q^2$, где $(p, q) = 1$, каждое целое комплексное число сравнимо с одним и только одним вычетом из ряда $0, 1, 2, \dots, \|m\| - 1$. Благодаря этому устанавливается изоморфизм между комплексными числами и их вещественными вычетами, что и дает возможность заменить арифметические операции над целыми гауссовыми числами аналогичными операциями над целыми числами, равными нормам выбранных комплексных оснований в системе остаточных классов. Однако при представлении комплексных чисел в выбранной системе остаточных классов следует обращать внимание на принадлежность данного комплексного числа к совокупности чисел, описываемых избранными основаниями. Если для целых чисел этот вопрос решается просто: число $A \in P = p_1 p_2 \dots p_n$, если $0 \leq A < P$, то в силу неупорядоченности поля комплексных чисел критерий принадлежности комплексного числа диапазону представимых чисел выражается системой неравенств [1], практическое использование которых осложнено.

Пусть выбраны n взаимно простых комплексных чисел $m_1, m_2, \dots, m_n$ в качестве оснований системы M и пусть $M = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n = \prod_{i=1}^n m_i$ – диапазон этой системы счисления. Назовём комплексное число $A = a + bi$ представимым в данной системе M , если $a + bi$ является наименьшим вычетом по мо-

дулю M , в противном случае A не представимо в данной системе. Так как норма M равна произведению норм m_i , а количество наименьших вычетов равно норме M , то общее количество представимых чисел равно произведению норм оснований.

Обозначим наименьшие комплексные вычеты числа A по основанию $m_1, m_2, \dots, m_n$ соответственно через $a_1, a_2, \dots, a_n$. В системе взаимно простыми основаниями $m_1, m_2, \dots, m_n$ любое представимое число $A = a + bi$ единственным образом изображается совокупностью своих наименьших вычетов по основаниям системы: $(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

Важным вопросом является выработка признака, по которому можно судить о принадлежности данного числа к совокупности чисел M , описываемых избранными основаниями.

Пусть $m_1 = p_1 + q_1i$, $m_2 = p_2 + q_2i, \dots, m_n = p_n + q_ni$ есть попарно взаимно простые числа с нормами $N_1, N_2, \dots, N_n$ и $M = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n = p + qi$, тогда $(p_i, q_i) = 1$ и $(p, q) = 1$, так как m_i – простые числа, то по признаку простых чисел их нормы должны быть простыми числами вида $4n + 1$. Но простое число вида $4n + 1$ представляется в виде суммы квадратов двух взаимно простых чисел [2], поэтому из $N_j = p_j^2 + q_j^2$ следует, что $(p_j, q_j) = 1$. Норма числа M равна произведению норм сомножителей, следовательно, содержит только простые делители вида $4n + 1$ и сама является числом вида $4n + 1$. Поэтому из критерия представимости числа вида $4n + 1$ формой $p^2 + q^2$ заключаем, что $(p, q) = 1$.

Таким образом, любое целое комплексное число $A = a + bi$ из множества представимых в данной системе чисел представляется в этой системе в виде $A = a + bi = (h_1, h_2, \dots, h_n)$, где h_j есть наименьшие неотрицательные вычеты чисел $a + \rho_j b$ по модулю N_j , ρ_j – коэффициент изоморфизма между гауссовыми числами и их вещественными вычетами.

Это значит, что осуществляется переход от системы M с основаниями $m_1, m_2, \dots, m_n$ к системе $\tilde{M}$ с основаниями, равными нормам $N_1, N_2, \dots, N_n$ этих оснований, так как вещественные вычеты h_j находятся из условий $a + b\rho_j \equiv h_j \pmod{N_j}$. Таким образом, можно всегда в нужный момент переходить от системы M комплексных вычетов к системе $\tilde{M}$ вещественных вычетов. В этом и заключается изоморфизм систем комплексных и вещественных вычетов.

Другой способ построения СОК в комплексной области связан с тем, что целое комплексное число $z = x + iy$ можно записать в виде матрицы $\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$.

Тогда действия сложения и умножения комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$, $z_2 = x_2 + iy_2$ можно определить по правилам сложения и умножения матриц.

$$z_1 + z_2 = \begin{pmatrix} x_1 & -y_1 \\ y_1 & x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 & -y_2 \\ y_2 & x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 & -(y_1 + y_2) \\ y_1 + y_2 & x_1 + x_2 \end{pmatrix},$$

$$z_1 \cdot z_2 = \begin{pmatrix} x_1 & -y_1 \\ y_1 & x_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2 & -y_2 \\ y_2 & x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1x_2 - y_1y_2 & -x_1y_2 - y_1x_2 \\ y_1x_2 + x_1y_2 & -y_1y_2 + x_1x_2 \end{pmatrix}.$$

Далее каждый элемент матрицы, представляющей целое гауссово число, можно представить в системе остаточных классов с основаниями $p_1, p_2, \dots, p_n$ и операции над элементами матрицы производить в СОК [4, 5]. Заметим, что для представления комплексных чисел, необходимо диапазон $[0, P)$, где $P = \prod_{i=1}^n p_i$ разбить на положительную и отрицательную области и представлять отрицательные числа дополнительным кодом [1].

Целесообразно один из модулей СОК выбрать чётным, что даёт возможность осуществить разбиение выбранного диапазона $[0, P)$ на равные поддиапазоны

$$P_+ = \left[0; \frac{P}{2} - 1 \right] \text{ и } P_- = \left[\frac{P}{2}; P - 1 \right].$$

Для кодирования отрицательных чисел может быть использован дополнительный код, т.е. если $A < 0$ и

$$|A| = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \text{ то остаточное представление числа}$$

$$A = -|A| = (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ находится из соотношения } x_i = p_i - \alpha_i.$$

Выбрав соответствующим образом диапазон представления чисел, определив его положительную и отрицательные области, представим каждый элемент матрицы, изображающей комплексное число в СОК

$$z = a + bi = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) & (\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2, \dots, \bar{\beta}_n) \\ (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) & (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \end{pmatrix}.$$

Таким образом, в каждом параллельном канале по модулю p_i будем иметь матрицу остатков $\begin{pmatrix} \alpha_i & \bar{\beta}_i \\ \beta_i & \alpha_i \end{pmatrix}$, которые и будут обрабатываться при выполнении арифметических действий. Заметим, что действия сложения и вычитания комплексных чисел в модулярной арифметике остаются однотактовыми, для выполнения умножения уже потребуются больше времени, учитывая правило умножения матриц.

В случае использования избыточного кодирования для возможности проведения контроля и коррекции ошибок с целью разграничения отрицательных чисел и ошибочных состояний лучше провести сдвиг полярности диапазона. Пусть избыточная СОК имеет k – рабочих и r – контрольных оснований

$$p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_{k+r}.$$

$$\text{Величина } P = \prod_{i=1}^k p_i \text{ определяет объем рабочего диапазона, а}$$

$$\rho = \prod_{i=1}^{k+r} p_i - \text{объем полного диапазона.}$$

При кодировании дополнительным кодом, отрицательная часть динамического диапазона находится у верхнего предела полного диапазона. Динамический диапазон, состоящий из положительной и отрицательной частей, разбивается на области, расположенные в рабочем и полном диапазоне. Это обстоятельство затрудняет обнаружение и исправление ошибок, так как ошибки обнаруживаются тем, что число попадает в недопустимую область полного диапазона. Вследствие того, что отрицательные числа появляются в верхней части недопустимой области полного диапазона, результатом операции обнаружения ошибок, будет отнесение всех отрицательных чисел к ошибочным, что не соответствует действительности. Сдвиг полярности можно осуществить путем прибавления перед выполнением операции обнаружения ошибок к каждому $X \in [0, P]$ константы $C = P/2$. Необходимо отметить, что для избыточной СОК имеет место взаимнооднозначное соответствие между целыми числами в динамическом диапазоне и допустимой областью рабочего диапазона.

$$\text{Если} \quad c_i \equiv |C|_{p_i}^+,$$

то сдвиг полярности в пределах СОК оказывается простым остатком, определяемым по формуле $x_{ic} = |x_i + c_i|_{p_i}^+$ в которой x_{ic} обозначает остаточные цифры после сдвига полярности.

Построим иллюстрирующий пример. Пусть даны числа

$$A = 23 + 15i = \begin{pmatrix} 23 & -15 \\ 15 & 23 \end{pmatrix} \text{ и } B = 17 - 16i = \begin{pmatrix} 17 & 16 \\ -16 & 17 \end{pmatrix}$$

Выберем основания

$$\text{СОК } p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7, p_5 = 11, P = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 2310. P/2 = 1155.$$

Пусть $(0; \frac{P}{2})$ – отрицательная, $(\frac{P}{2}; P)$ – положительная области.

Находим СОК представление элементов матриц:

$$23 = (1, 2, 3, 2, 1), 15 = (1, 0, 0, 1, 4), 16 = (0, 1, 1, 2, 5), 17 = (1, 2, 2, 3, 6).$$

Их искусственные формы: $23 = (0, 2, 3, 2, 1)$, $15 = (0, 0, 0, 1, 4)$, $16 = (1, 1, 1, 2, 5)$, $17 = (0, 2, 2, 3, 6)$. Представления отрицательных чисел:

$$\begin{aligned} -15 &= (1, 0, 0, 0, 0) - (1, 0, 0, 1, 4) = (0, 0, 0, 6, 7) \\ -16 &= (1, 0, 0, 0, 0) - (0, 1, 1, 2, 5) = (1, 2, 4, 5, 6). \end{aligned}$$

Тогда числа A и B запишутся в виде

$$A = \begin{pmatrix} (0, 2, 3, 2, 1) & (0, 0, 0, 6, 7) \\ (0, 0, 0, 1, 4) & (0, 2, 3, 2, 1) \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} (0, 2, 2, 3, 6) & (1, 1, 1, 2, 5) \\ (1, 2, 4, 5, 6) & (0, 2, 2, 3, 6) \end{pmatrix}.$$

Найдем сумму A и B

$$A+B \begin{pmatrix} (0,1,0,5,7) & (1,1,1,1,1) \\ + & (1,0,0,0,0) \\ (1,2,4,6,10) & (0,1,0,5,7) \\ + & (1,0,0,0,0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1,1,0,5,7) & (0,1,1,1,1) \\ (0,2,4,6,10) & (1,1,0,5,7) \end{pmatrix}.$$

Осуществляя переход от искусственных форм и переводя элементы матрицы в позиционное представление, имеем

$$(1,1,0,5,7) \rightarrow (0,1,0,5,7) = 40, (0,1,1,1,1) \rightarrow (1,1,1,1,1) = 1$$

$$(1,0,0,0,0) - (1,1,1,1,1) = (0,2,4,6,10) = -1$$

$$\text{Получим } A+B = \begin{pmatrix} 40 & 1 \\ -1 & 40 \end{pmatrix}.$$

Несложно убедиться, что это и есть сумма комплексных чисел A и B :

$$A+B = \begin{pmatrix} 23 & -15 \\ 15 & 23 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 17 & 16 \\ -16 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 1 \\ -1 & 40 \end{pmatrix}.$$

Аналогично, учитывая правило умножения матриц, получим

$$\begin{aligned} A \cdot B &= \begin{pmatrix} (0,2,3,2,1) & (0,0,0,6,7) \\ (0,0,0,1,4) & (0,2,3,2,1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (0,2,2,3,6) & (1,1,1,2,5) \\ (1,2,4,5,6) & (0,2,2,3,6) \end{pmatrix} = \\ &= \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right) \times \\ &\times \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \right) = \\ &= \left(\begin{pmatrix} 0+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4+0 & 0+2 \\ 0+4 & 0+4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6+0 & 3+0 \\ 0+12 & 0+6 \end{pmatrix}, \right. \\ &\left. \begin{pmatrix} 6+30 & 4+18 \\ 3+10 & 2+6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6+42 & 5+42 \\ 24+6 & 20+6 \end{pmatrix} \right) = \\ &= \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} \right) = \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} (0,1,1,1,4) & (0,2,3,1,3) \\ (1,0,0,0,0) & (1,0,0,0,0) \\ & (0,1,1,1,4) \\ (0,1,2,6,8) & (1,0,0,0,0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1,1,1,1,4) & (1,2,3,1,3) \\ (0,1,2,6,8) & (1,1,1,1,4) \end{pmatrix}.$$

Переводя элементы в позиционное представление получим

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 631 & 113 \\ -113 & 631 \end{pmatrix}.$$

В правильности этого ответа можно убедиться непосредственной проверкой

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 23 & -15 \\ 15 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 17 & 16 \\ -16 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \cdot 17 + 15 \cdot 16 & 23 \cdot 16 - 15 \cdot 17 \\ 15 \cdot 17 - 23 \cdot 16 & 15 \cdot 16 + 23 \cdot 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 631 & 113 \\ -113 & 631 \end{pmatrix}.$$

Следует заметить, что при организации вычислений необходимо вести контроль знака результата элементов матрицы.

Более подробно остановимся на ещё одном способе представления комплексных чисел, лежащим в основе построения так называемой квадратичной СОК. Здесь мы построим отображение целых гауссовых чисел $z = x + iy$ на пары целых чисел $(X; Y)$. Прежде всего, определим как можно изобразить мнимую единицу i по некоторому модулю. Учитывая свойство мнимой единицы $i^2 = -1$, найдём решение сравнения $x^2 \equiv p-1 \pmod{p}$. Очевидно, что это сравнение имеет решение, если число $p-1$ – квадратичный вычет по модулю p . Используя критерий Эйлера, легко показать, что для разрешимости указанного сравнения модуль p должен быть простым числом вида $4n+1$. Тогда сравнение $x^2 \equiv p-1 \pmod{p}$ будет иметь два класса решений, представителями которых являются целые числа x_1 и x_2 , удовлетворяющие условиям $x_1 + x_2 \equiv 0 \pmod{p}$ и $x_1 \cdot x_2 \equiv 1 \pmod{p}$. Фактически x_1 и x_2 – вычеты числа i по модулю p . Тогда перевод целого комплексного числа z в пару $(X; Y)$ можно осуществить по правилам

$$X = \left| |x|_p + |iy|_p \right|_p, Y = \left| |x|_p - |iy|_p \right|_p, \quad (1)$$

а обратный перевод по формулам

$$x = \left| \frac{|X+Y|_p}{2} \right|_p, y = \left| \frac{|X-Y|_p}{2i} \right|_p, \quad (2)$$

где $|\circ|_p$ – операция нахождения вычета по модулю p .

Используя эту идею, можно любое целое комплексное число $z = x + iy$ представить в СОК в виде пар двух целых чисел по соответствующим попарно взаимно простым модулям $p_1, p_2, \dots, p_n$, а именно

$$z = ((X_1; Y_1), (X_2; Y_2), \dots, (X_n; Y_n)).$$

Следует заметить, что если в качестве числа i в формуле (1) будем брать x_1 и получим пару $(X'; Y')$, а затем в качестве i возьмём x_2 и получим пару $(X''; Y'')$, то $X' = Y''$, $X'' = Y'$. Поэтому формулы (1) могут быть записаны в

$$\text{виде} \quad X = |x|_p + |x_1 y|_p, Y = |x|_p + |x_2 y|_p,$$

$$\text{либо} \quad X = |x|_p + |x_2 y|_p, Y = |x|_p + |x_1 y|_p.$$

Правила арифметических операций над комплексными числами, представленными описанным способом в СОК, не отличаются от правил арифметических операций в СОК в вещественной области [4]. Пусть

$$z = ((X_1; Y_1), (X_2; Y_2), \dots, (X_n; Y_n)) \text{ и}$$

$$z' = ((X'_1; Y'_1), (X'_2; Y'_2), \dots, (X'_n; Y'_n)),$$

тогда

$$z * z' = ((X_1 * X'_1|_{p_1}; Y_1 * Y'_1|_{p_1}), (X_2 * X'_2|_{p_2}; Y_2 * Y'_2|_{p_2}), \dots, (X_n * X'_n|_{p_n}; Y_n * Y'_n|_{p_n})),$$

где $*$ обозначает операцию сложения или умножения.

Ограничение на выбор модулей не является критическим, только в рамках диапазона $[1; 100)$ содержится 11 простых чисел вида $4n + 1$, что позволяет закрыть довольно большой диапазон. При этом решения сравнений $x^2 \equiv p - 1 \pmod{p}$ легко найти путём индексирования:

$$\text{indx}^2 \equiv \text{ind}(p - 1) \pmod{p - 1}$$

$$\text{Учитывая, что } \text{ind}(p - 1) \equiv \frac{p - 1}{2} \pmod{p - 1},$$

и принимая во внимание вид модуля $p = 4n + 1$,
получаем $2\text{indx} \equiv 2n \pmod{4n}$.

Последнее сравнение, согласно критерию разрешимости линейных сравнений имеет два решения. Из вспомогательного сравнения $\text{indx} \equiv n \pmod{2n}$, получаем $\text{indx} \equiv n \pmod{4n}$ и $\text{indx} \equiv n + 2n \equiv 3n \pmod{4n}$.

Таблица 1. РЕШЕНИЯ СРАВНЕНИЯ $x^2 \equiv p - 1 \pmod{p}$

$\text{mod } p$	x_1	x_2
5	2	3
13	5	8
17	4	13
29	12	17
37	6	31
41	9	32
53	23	30
61	11	50
73	27	46
89	34	55
97	22	75

Далее с помощью таблицы антииндексов находим $x \equiv x_1 \pmod{4n+1}$ и $x \equiv x_2 \pmod{4n+1}$. Для модулей из диапазона $[1;100)$ решения представлены в таблице 1.

Построим для иллюстрации пример. В системе оснований $p_1=5, p_2=13, p_3=17, p_4=29$ найдём представление комплексных чисел $z_1=7+5i, z_2=3+8i$ и определим их сумму и произведение. Мнимую единицу в СОК с выбранными основаниями можно выбрать в виде $i \equiv x_1 \pmod{p_i}$, т.е. $i = (2;5;4;12)$. Тогда по формулам (1) находим

$$\begin{aligned}
 |7+5i|_5 &= \begin{cases} \|7\|_5 + \|2 \cdot 5\|_5 = 2 \\ \|7\|_5 - \|2 \cdot 5\|_5 = 2 \end{cases}, & |3+8i|_5 &= \begin{cases} \|3\|_5 + \|2 \cdot 8\|_5 = 4 \\ \|3\|_5 - \|2 \cdot 8\|_5 = 2 \end{cases}, \\
 |7+5i|_{13} &= \begin{cases} \|7\|_{13} + \|5 \cdot 5\|_{13} = 6 \\ \|7\|_{13} - \|5 \cdot 5\|_{13} = 8 \end{cases}, & |3+8i|_{13} &= \begin{cases} \|3\|_{13} + \|5 \cdot 8\|_{13} = 4 \\ \|3\|_{13} - \|5 \cdot 8\|_{13} = 2 \end{cases}, \\
 |7+5i|_{17} &= \begin{cases} \|7\|_{17} + \|4 \cdot 5\|_{17} = 10 \\ \|7\|_{17} - \|4 \cdot 5\|_{17} = 4 \end{cases}, & |3+8i|_{17} &= \begin{cases} \|3\|_{17} + \|4 \cdot 8\|_{17} = 1 \\ \|3\|_{17} - \|4 \cdot 8\|_{17} = 5 \end{cases}, \\
 |7+5i|_{29} &= \begin{cases} \|7\|_{29} + \|12 \cdot 5\|_{29} = 9 \\ \|7\|_{29} - \|12 \cdot 5\|_{29} = 5 \end{cases}, & |3+8i|_{29} &= \begin{cases} \|3\|_{29} + \|12 \cdot 8\|_{29} = 12 \\ \|3\|_{29} - \|12 \cdot 8\|_{29} = 23 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} z_1 &= 7 + 5i = ((2;2), (6;8), (10;4), (9;5)), \\ z_2 &= 3 + 8i = ((4;2), (4;2), (1;5), (12;23)). \end{aligned}$$

Результат сложения даёт

$$z_1 + z_2 = ((1;4), (10;10), (11;9), (21;28)),$$

а умножения

$$z_1 \cdot z_2 = ((3;4), (11;3), (10;3), (21;28)).$$

Для суммы нетрудно убедиться, что

$$z_1 + z_2 = 10 + 13i = ((1;4), (10;10), (11;9), (21;28)).$$

Результат произведения, если воспользоваться формулами (1), даёт $z_1 \cdot z_2 = -19 + 71i = ((3;4), (11;3), (10;3), (21;28))$.

Для восстановления комплексного представления числа z достаточно для каждой пары (X_i, Y_i) воспользоваться правилом

$$\begin{aligned} x_i &= (2^{-1} \cdot (X_i + Y_i)) \bmod p_i, \\ y_i &= (2^{-1} \cdot i^{-1} (X_i - Y_i)) \bmod p_i, \end{aligned} \quad (3)$$

где $2^{-1} \cdot 2 \equiv 1 \pmod{p_i}$

и $i^{-1} \cdot i \equiv 1 \pmod{p_i}$,

$x_i = |x|_{p_i}$, $y_i = |y|_{p_i}$ – вычеты действительной и мнимой частей числа $z = x + iy$.

Заметим, что $2^{-1} \equiv \frac{p_i + 1}{2} \pmod{p_i}$.

Например, восстановим число $z_1 + z_2 = ((1;4), (10;10), (11;9), (21;28))$, представленное в системе оснований $p_1 = 5$, $p_2 = 13$, $p_3 = 17$, $p_4 = 29$.

В данной системе оснований число $i = (2; 5; 4; 12)$, соответственно $-i = (3; 8; 13; 17)$, $2^{-1} = (3; 7; 9; 15)$. Тогда по формулам (3) получаем

$$\begin{aligned} x_1 &\equiv 3 \cdot (1 + 4) \pmod{5} \equiv 0 \pmod{5}, \\ y_1 &\equiv 3 \cdot 3 \cdot (1 - 4) \pmod{5} \equiv 3 \pmod{5}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &\equiv 7 \cdot (10 + 10) \pmod{13} \equiv 10 \pmod{13}, \\ y_2 &\equiv 7 \cdot 8 \cdot (10 - 10) \pmod{13} \equiv 0 \pmod{13}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3 &\equiv 9 \cdot (11 + 9) \pmod{17} \equiv 10 \pmod{17}, \\ y_3 &\equiv 9 \cdot 13 \cdot (11 - 9) \pmod{17} \equiv 13 \pmod{17}, \end{aligned}$$

$$x_4 \equiv 15 \cdot (21 + 28) (\bmod 29) \equiv 10 (\bmod 29),$$

$$y_4 \equiv 15 \cdot 17 \cdot (21 - 28) (\bmod 29) \equiv 13 (\bmod 29).$$

Таким образом, $x = (0; 10; 10; 10)$, $y = (3; 0; 13; 13)$ – представления в выбранной системе остаточных классов действительной и мнимой частей числа $z_1 + z_2$. Применяя любой из методов перевода целых чисел из СОК в ПСС (например, метод ортогональных базисов) восстанавливаем число $z_1 + z_2 = 10 + 13i$.

Однако, здесь необходимо понимать, что для однозначности отображения необходимо ввести в рассмотрение представление отрицательных чисел, например, как это предложено в [1], т.е. деление диапазона на положительную и отрицательную области. Иначе, получим, что представление вида $((3; 4), (11; 3), (10; 3), (21; 28))$ имеет и число $(5 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 29 - 19) + 71i$.

Стоит заметить, что формулы (1) и (2) содержат операции нахождения вычета по модулю, поэтому однозначность представления чисел будет только в рамках диапазона, определяемого набором оснований $p_1, p_1, \dots, p_n$.

Выводы

Различные способы построения поля комплексных чисел дают возможность рассмотреть разные способы представления комплексных чисел в системе остаточных классов. Идея любого подобного построения состоит в нахождении отображения множества комплексных чисел на вещественную область.

Квадратичная СОК обладает интересными свойствами по снижению сложности процессов путем взаимодействия между вещественными и мнимыми каналами. Выполнение умножения и сложения двух комплексных чисел в квадратичной СОК происходит модульно, в параллельных каналах и содержит только эти две арифметические операции, что позволяет сократить объёмы вычислений.

Использование квадратичной СОК в различных алгоритмах цифровой обработки сигналов позволит увеличить скорость обработки данных. Главный недостаток этой системы состоит в ограничении формы модулей при обработке чисел, однако даже имеющиеся модули позволяют закрыть значительный диапазон чисел для обработки данных. Кроме того, для снятия ограничения на формы модулей $4n + 1$ применяется система остаточных классов квадратичного типа [6], рассмотрение которой вышло за рамки данной статьи.

Библиографический список

1. Акушский И.Я. Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: Советское радио, 1968. 429 с.
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. М.: Просвещение, 1966. 384 с.

3. Копыткова Л.Б. Различные способы представления комплексных чисел в системе остаточных классов // Инфокоммуникационные технологии в науке, производстве и образовании: Материалы третьей международной научно-технической конференции (г. Ставрополь, 1–5 мая 2008 г., Северо-Кавказский государственный технический университет). Часть III. Ставрополь: Изд-во СевКавГТУ, 2008. 308 с.
4. Копыткова Л.Б. Построение модели модулярного кодирования в комплексной области // Параллельная компьютерная алгебра: Материалы всероссийской научной конференции (г. Ставрополь, 1–15 октября 2010 г., Ставропольский государственный университет). Ставрополь: Издательско-информационный центр «Фабула», 2010. 364 с.
5. Лавриненко А.В. Метод преобразования кода системы остаточных классов в позиционный с коррекцией ошибок на основе искусственных нейронных сетей // Наука. Инновации. Технологии. 2015. № 3. С. 7–36.
6. Omondi A., Premkumar B. Residue number systems. Theory and implementation. Syngapure. Imperial College Press. 2007. 296 p.

References

1. Akushskii I.Ya. Yuditskii D.I. Mashinnaya arifmetika v ostatochnykh klassakh (Machine arithmetic in residual classes). M.: Sovetskoe radio, 1968. 429 s.
2. Bukhshtab A.A. Teoriya chisel (Theory of numbers). M.: Izd-vo «Prosveshchenie», 1966. 384 s.
3. Kopytkova L.B. Razlichnye sposoby predstavleniya kompleksnykh chisel v sisteme ostatochnykh klassov (Different ways of representing complex numbers in the residue number system) // Infokommunikatsionnye tekhnologii v nauke, proizvodstve i obrazovanii: Materialy tret'ei mezhdunarodnoi nauchno-tekhnikeskoi konferentsii (g. Stavropol', 1–5 maya 2008 g., Severo-Kavkazskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet). Chast' III. Stavropol': Izd-vo SevKavGTU, 2008. 308 s.
4. Kopytkova L.B. Postroenie modeli modulyarnogo kodirovaniya v kompleksnoi oblasti (The construction of models modular coding in the complex area) // Parallel'naya komp'yuternaya algebra: Materialy vserossiiskoi nauchnoi konferentsii (g. Stavropol', 1–15 oktyabrya 2010 g., Stavropol'skii gosudarstvennyi universitet). Stavropol': Izdatel'sko-informatsionnyi tsentr «Fabula», 2010. 364 s.
5. Lavrinenko A.V. Metod preobrazovaniya koda sistemy ostatochnykh klassov v pozitsionnyi s korrektsiei oshibok na osnove iskusstvennykh neironnykh setei (Method of conversion from residue number system to positional with error correctness based on artificial neural networks) // Nauka. Innovatsii. Tekhnologii. 2015. № 3. S. 7–36.
6. Omondi A., Premkumar B. Residue number systems. Theory and implementation. Syngapure. Imperial College Press. 2007. 296 p.

УДК 003.26:519.725

**Кузнецов А.А. [Kuznetsov A.A.],
Сватовский И.И. [Svatovskiy I.I.],
Шевцов А.В. [Shevtsov A.V.]**

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АУТЕНТИФИКАЦИИ СООБЩЕНИЙ В ПОСТ-КВАНТОВЫХ КРИПТОСИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО КОДИРОВАНИЯ

**Mathematical models of message authentication
in the post-quantum cryptosystems based
on error-correcting coding**

Рассматриваются возможности применения для аутентификации сообщений схем цифровой подписи на основе помехоустойчивого кодирования, которые могут быть кандидатами для использования в пост-квантовой криптографии. Криптография на основе помехоустойчивых кодов привлекает внимание не только высокой стойкостью по отношению к атакам различного рода, но и высоким реализуемым схемным быстродействием, а также дополнительным преимуществом в способности к исправлению ошибок при передаче сигналов по каналам передачи данных. Описывается алгоритм цифровой подписи на основе помехоустойчивого кодирования. Представляются результаты компьютерного моделирования такого алгоритма для случая применения кодов Рида–Соломона и оцениваются затраты на его программную реализацию. Показывается перспективность использования помехоустойчивых кодов для аутентификации сообщений и намечаются направления дальнейших исследований.

The paper discusses possibilities for use of message authentication signatures schemes based on error-correcting coding which may be candidates for use in post-quantum cryptography. Code-based cryptography draws attention not only highly resistant to attacks of various kinds, but also performance hardware implementation and the additional advantage of the ability to correct errors in the transmission signals over data channels. Digital signatures algorithm based on error-correcting coding is described. The results of computer simulation of the algorithm for the case of the use of Reed-Solomon codes are presented. The cost of software implementation of this algorithm is evaluated. There is shown that promising in the use of error-correcting codes for message authentication.

Ключевые слова: Математическое моделирование криптопримитивов, модели и методы аутентификации, пост-квантовая криптография, криптография на основе помехоустойчивых кодов, цифровая подпись.

Key words: Mathematical modeling of cryptoprimitives, models and methods of authentication, Post-Quantum Cryptography, Code-based Cryptography, Digital Signatures.

Введение

Криптография с открытым ключом в настоящее время применяется для защиты широкого спектра обмена цифровой информацией – от электронной почты до онлайн-транзакций, а также при установлении секретных ключей шифрования для симметричных криптосистем, используемых для конфиденциальной передачи информации в сетях высокоскоростной передачи данных. Наиболее важной областью применения криптографии с открытым ключом на сегодняшний день является ее использование для аутентификации сообщений с помощью цифровых подписей. Однако недавние до-

стижения в области квантовых вычислений и квантовой теории информации привели к реальной угрозе для известных криптографических решений защиты информации [1–3].

Многие из наиболее важных современных коммуникационных протоколов опираются, главным образом, на три основные криптографические функциональные возможности: шифрование с открытым ключом, цифровая подпись и обмен ключевой информацией. В настоящее время эти функции в основном реализованы с использованием протокола обмена ключами Диффи – Хеллмана, криптосистемы RSA и криптосистемы на основе эллиптических кривых (ECC). Безопасность этих систем зависит от сложности некоторых задач теории чисел, таких как факторизация целых чисел или дискретное логарифмирование [1, 10].

Квантовые компьютеры, использующие алгоритм Шора, будут способны к факторизации чисел с невероятной скоростью [4]. Следовательно, криптографические системы RSA и ECC будут уязвимы для атак грубой силы (brute force attacks) [1–4]. Подобное влияние на симметричные ключевые системы не оказывается столь же катастрофичным. Алгоритм Гровера обеспечивает квадратичное ускорение для квантовых алгоритмов поиска по сравнению с алгоритмами поиска на классических компьютерах [4, 10, 12]. Тем не менее, такая ситуация вызывает у специалистов тревогу, достаточную для того, чтобы Агентство Национальной Безопасности (АНБ) США обратилось к общественности с целью обеспечения как можно более быстрого перехода к квантово-безопасной криптографии [2]. В августе 2015 года АНБ обновило свой список криптографических алгоритмов Suite B (публичный список криптографических алгоритмов, утвержденных для правительственного использования) и сделало конкретные указания на возникающую угрозу квантовых вычислений [2]. Дирекция по вопросам информационного обеспечения (IAD) инициировала переход к квантовым устойчивым алгоритмам в не слишком отдаленном будущем. Основываясь на опыте развертывания Suite B, было решено начать планирование и заблаговременное общение по предстоящему переходу к квантово-устойчивым алгоритмам. Конечной целью было поставлено обеспечение экономически эффективной защиты от потенциального квантового компьютера [2].

В таблице 1 представлены результаты воздействия полномасштабных квантовых компьютеров на известные криптографические алгоритмы [3]. Анализ представленных в таблице 1 результатов свидетельствует о том, что наиболее уязвимыми к атакам с помощью квантовых компьютеров и не обеспечивающими долговременной стойкости являются асимметричные криптосистемы цифровой подписи и обмена ключами, которые основаны на схемах RSA, DSA, ECDSA и ECDH.

Пока неясно, когда практические варианты полномасштабных квантовых компьютеров будут созданы, однако исследователи, работающие над со-

Таблица 1. ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОЛНОМАСШТАБНОГО КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА НА КРИПТОГРАФИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ

Крипто-графический алгоритм	Тип	Назначение	Воздействие полномасштабного квантового компьютера
AES–256	симметричный ключ	шифрование	необходимы большие размеры ключа
SHA–256, SHA–3		хеш–функция	требуется увеличение размера на выходе схемы
RSA	открытый ключ	подпись, установление ключей	безопасность не обеспечивается
ECDSA, ECDH (Elliptic Curve Cryptography)	открытый ключ	подпись, обмен ключами	безопасность не обеспечивается
DSA (Finite Field Cryptography)	открытый ключ	подпись, обмен ключами	безопасность не обеспечивается

зданием квантового компьютера, подсчитали, что полномасштабный квантовый компьютер, способный взломать RSA–2048 в течение нескольких часов, может быть построен к 2030 году [3].

Материалы и методы исследования

Основные исследования и разработки криптографических алгоритмов в нынешнее время направлены на поиски решений, которые не имели бы уязвимостей по отношению к квантовым вычислениям, будучи одновременно стойкими к атакам с помощью обычных компьютеров. Такие алгоритмы получили название пост-квантовой криптографии (post-quantum cryptography [6]) или квантово-устойчивой криптографии (quantum safe cryptography [4] или quantum resistant cryptography [12]).

Наиболее перспективными кандидатами для использования в пост-квантовом мире в настоящее время являются следующие [1, 3–5, 11, 12]:

1. Криптография на основе хеш-функций (Hash Based);
2. Криптография на основе помехоустойчивых кодов (Code Based);
3. Криптография на основе использования сложности проблемы перестановки ядра (Permuted Kernel Problem Based);

4. Криптография на основе решеток (LWE/RLWE Based);
5. Криптография на основе изогении суперсингулярных кривых (Super-Singular Isogeny Graph Based);
6. Криптография на основе факторизации многочленов (Multivariate Polynomial Based).

Из приведенного перечня криптография на основе помехоустойчивых кодов привлекает внимание исследователей не только высокой стойкостью к различного рода атакам, но и высоким реализуемым схемным быстродействием, а также дополнительным преимуществом в способности к исправлению ошибок при передаче сигналов по каналам передачи данных [4, 10, 11]. Следовательно, поиск алгоритмов, которые должны быть устойчивыми к атакам со стороны как классических, так и квантовых компьютеров, целесообразно сосредоточить на криптосистемах с открытыми ключами на основе помехоустойчивых кодов, что и определяет основную цель нашего исследования.

Результаты и их обсуждение

Асимметричные криптосистемы на основе помехоустойчивых кодов

Под криптосистемами на основе помехоустойчивых кодов (code-based cryptographic systems) мы имеем в виду криптосистемы, в которых алгоритмический примитив (базовый инструмент однонаправленной функции) использует код с исправлением ошибок C [6]. Этот примитив может состоять в добавлении ошибки в слово кода C или в вычислении синдрома, связанного с проверочной матрицей кода C .

Вместе с криптографическими схемами на основе решеток или многомерных полиномов криптосистема Мак-Элиса на основе двоичных кодов Гоппы является одним из самых перспективных пост-квантовых кандидатов [4, 7]. Идея этой схемы заключается в предварительном выборе определенного (линейного) кода, для которого известен эффективный алгоритм декодирования. Затем создается односторонняя функция с потайным входом при маскировке этого кода в виде линейного кода общего положения. Так как проблема декодирования линейного кода общего положения является NP-полной, описание исходного кода может служить в качестве секретного ключа, в то время как описание преобразованного кода может служить в качестве открытого ключа [4].

В общем случае линейный код представляет собой k -мерное подпространство n -мерного векторного пространства над конечным полем F_q , где k и n – целые положительные числа с $k < n$ и q – число элементов поля. Элементы кода называются кодовыми словами. Информационная скорость определяется как $R = k / n$. Минимальным расстоянием d кода является минимальное из расстояний Хемминга для всех пар кодовых слов, а код с этими свойствами

обозначается как $[n, k, d]$. Исправляющая способность линейного кода есть максимальное количество ошибок $t = [(d - 1) / 2]$, которое код может гарантированно исправить, где $[x]$ – наибольшее целое, не превосходящее x . В дальнейшем ограничимся рассмотрением двоичных кодов (с $q = 2$), характеризуемых параметрами $[n, k, d]$.

В оригинальной системе Мак-Элиса [7] секретным ключом является случайный двоичный неприводимый код Гоппы, а открытым ключом является матрица генератора случайных чисел из случайно переставленных версий этого кода. Шифртекст представляется в виде кодовых слов, к которым добавлены некоторые ошибочные символы, и только владелец секретного ключа (порождающей матрицы кода Гоппы) может правильно декодировать код, применяя быстрый алгоритм декодирования, т. е. удалить эти ошибки.

Почти все предложенные впоследствии асимметричные криптографические схемы, основанные на теории кодирования, имеют общий недостаток – сравнительно большую длину ключей, что вызывает потребность в больших объемах памяти. В тоже время, следует отметить предложенную в 1986 году аналогичную схему Нидеррайтера на основе обобщенных кодов Рида-Соломона [8], которая потребовала гораздо меньших размеров ключей, чем при использовании кодов Гоппы. Однако в 1992 году В. М. Сидельниковым и С. О. Шестаковым была установлена ненадежность криптографической схемы на основе обобщенных кодов Рида-Соломона [10], схема Нидеррайтера на основе кодов Гоппы остается стойкой.

Секретным ключом в исходном описании криптографической системы Мак-Элиса является код Гоппы. В тоже время секретный ключ можно сформировать и для любого другого подкласса альтернативных кодов. Лазейкой для криптосистемы Мак-Элиса является знание алгоритма эффективной коррекции ошибок, т. е. практически реализуемого алгоритма для выбранного класса кода (который доступен для каждого кода Гоппы), вместе с алгоритмом перестановки.

Схема цифровой подписи на основе помехоустойчивых кодов

Единственный известный алгоритм цифровой подписи с использованием помехоустойчивых кодов основан на схеме Нидеррайтера и был представлен Courtois, Finiasz и Sendrier в [9]. Стойкость этой схемы, названной по инициалам ее изобретателей – CFS, против поддельной подписи может быть сведена к сложности решения проблемы синдромного декодирования. Знание секретного ключа позволяет декодеру решить эту проблему для некоторой доли случайных кодовых слов. В алгоритме CFS реализован принцип, который заключается в многократном хешировании документа, рандомизированного счетчиком битовой длины r , пока не будет получен правильно выделенный синдром. Подписавшийся использует свой секретный ключ для

определения соответствующего вектора ошибок. Вместе с текущим значением счетчика этот вектор ошибок будет служить в качестве подписи.

Реализация такой схемы подписи осуществляется согласно следующему алгоритму [9]:

1. Системные параметры: $m, t \in N$;
2. *Генерация ключа*: генерация пары ключей системы Нидеррайтера на основе использования кода C из класса $[n = 2^m, k = n - mt, 2t + 1]$ двоичных неприводимых кодов Гоппы, для которого порождаются следующие матрицы:
 H : $(n - k) \times n$ – проверочная матрица кода C , который может максимально корректировать t ошибок,
 X : $(n - k) \times (n - k)$ – случайная обратимая матрица,
 P : $n \times n$ – случайная матрица перестановок;
Открытый ключ: матрица $H^* = X \cdot H \cdot P$ и число t ;
Секретный ключ: матрицы X, H, P и быстрый (полиномиальной сложности) алгоритм декодирования γ кода C ;

3. Наложение подписи:

Ввод: h – открытая хеш-функция, алгоритм γ , документ d , который должен быть подписан;

Вывод: CFS–подпись;

Алгоритм формирования CFS–подписи:

- хеширование документа d , т. е. вычисление $s = h(d)$;
- вычисление $s_i = h([s \mid i])$ для $i \in \{0, 1, 2, \dots\}$

где $[s \mid i]$ – конкатенация (объединение) s и i ;

- поиск наименьшего i , при котором s_i будет декодировано алгоритмом γ , т. е. должно выполняться условие

$$e H^T = s,$$

где $e H^T \in F_q^{n-k}$,

а F_q^{n-k} – синдромное пространство;

- соответствующие значения вектора ошибок e и счетчика i являются подписью документа d .

4. Верификация:

Ввод: подпись в виде значений e и i , документ d и H^* ;

Вывод: *принять* или *отклонить*;

Алгоритм верификации:

- вычисление $s_1 = H^* \cdot e^T$
- вычисление $s_2 = h([s \mid i])$

если $s_1 = s_2$, тогда *принимается* s ,
иначе *отклоняется* s .

Для корректного использования подобной схемы подписи необходимым является реализация успешного декодирования хешированного документа, т.е. нахождения синдромного многочлена. Это обуславливает выполнение требования ограничения сверху минимального кодового расстояния между полученными значениями $s_i = h([s \mid i])$ для $i \in \{0, 1, 2, \dots\}$ и кодовыми словами используемого кода Гоппы. Иными словами, такая схема цифровой подписи может быть использована, если не будет превышена корректирующая способность кода, и для веса вектора ошибок e необходимым является выполнение условия:

$$wt(e) \leq t$$

$$\text{где} \quad n \ll t \quad (1)$$

Среднее число попыток, необходимых для декодирования синдрома, можно оценить путем сравнения общего количества синдромов с количеством эффективно корректируемых синдромов [9]:

$$\frac{\sum_{i=0}^t \binom{n}{i}}{2^{n-k}} = \frac{\sum_{i=0}^t \binom{n}{i}}{2^{nt}} \approx \frac{n^t/t!}{n^t} = \frac{1}{t!}. \quad (2)$$

Таким образом, вероятность декодирования каждого синдрома составляет величину $1/t!$, что может быть проверено в течение примерно $t^2 m^3$ бинарных операций. Для реализации цифровой подписи по схеме CFS необходимо производство около $t^2 m^3 t!$ операций, и длина подписи составляет величину

$$\log_2(r \binom{n}{t}) \approx \log_2(n^t),$$

т. е., r должен быть больше, чем $\log_2(t!)$ [9].

С предложенными Courtois, Finiasz и Sendrier параметрами ($m = 16, t = 9$) число возможных векторов ошибок приблизительно определяется как

$$\binom{n}{t} = \binom{2^{16}}{9} \approx 2^{125.5},$$

так, что 126-битового счетчика достаточно для адресации любого из них. Тем не менее, эти параметры являются слишком слабыми, чтобы предотвратить обобщенную атаку коллизий. Поскольку схема CFS не очень хорошо масштабируется с возрастанием исправляющей способности кода и длины сообщений, безопасные варианты реализации схемы CFS требуют очень длинных открытых ключей.

Реализация схемы CFS нуждается в тождественной информации об открытых и закрытых ключах, как и криптосистема Нидеррайтера.

Поэтому, используя выражение для размеров ключей, обоснованное в [14], и значения $n = 2^m$, $k = n - tm$, получаем, что закрытый ключ CFS имеет максимальный размер:

$$L_{pr} = (n - k + 1 + 2\log_2 n) + (n - k)^2 + n\log_2 n \text{ бит}, \quad (3)$$

а открытый ключ состоит из матрицы H^* и требует

$$L_p = k \cdot (n - k) \text{ бит} \quad (4)$$

для своего хранения.

При этом согласно усовершенствованному алгоритму CFS [15] производится одна из самых коротких известных цифровых подписей, которая также имеет очень быструю верификацию. С другой стороны, время подписания и размер ключей остаются относительно большими. Время подписания также не очень хорошо масштабируется выбором t , поэтому практический смысл имеет применение только кодов Гоппы с малой корректирующей способностью и большой длиной n , т.е. кодов с высокой информационной скоростью

$$\max_{n \gg 1} k/n.$$

Учитывая важность для повышения помехоустойчивости практического использования в современных системах передачи информации кодов Рида–Соломона [16, 18, 19] как самостоятельно, так и в виде каскадных конструкций, представляется целесообразным исследовать возможности их применения и для аутентификации сообщений в соответствии с поставленной целью исследования. Для этого было проведено компьютерное моделирование программной реализации алгоритма цифровой подписи CFS. В качестве ключа выбиралась секретная проверочная матрица $H(n, k, d)$ -кода Рида–Соломона, исправляющего t ошибок, а для нахождения вектора ошибок использовался алгоритм декодирования γ Берлекэмпа [17] и хеш-функция SHA–256 (первые 12 бит).

Процедура моделирования для параметров кода $(n, k, d) = (7, 3, 5)$ поясняется ниже. Операции производятся над полем $GF = (2^3)$ по модулю полинома $x^3 + x^2 + 1$. Элементами поля $GF = (2^3)$ являются многочлены $a_0 + a_1x + a_2x^2$ от формальной переменной x с двоичными коэффициентами $a_i \in GF = (2)$. Представим эти многочлены в виде степеней примитивного элемента α (в скобках приведены коэффициенты $a_0 a_1 a_2$ соответствующих многочленов):

$$\alpha^{-\infty} = (0 \ 0 \ 0)$$

$$\alpha^0 = (1 \ 0 \ 0)$$

$$\alpha^1 = (0 \ 1 \ 0)$$

$$\alpha^2 = (0 \ 0 \ 1)$$

$$\alpha^3 = (1 \ 1 \ 0)$$

$$\alpha^4 = (0 \ 1 \ 1)$$

$$\alpha^5 = (1 \ 1 \ 1)$$

$$\alpha^6 = (1 \ 0 \ 1)$$

Матрицы, задающие секретный ключ, зафиксируем в виде:

$$H = \begin{pmatrix} \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^0 \\ \alpha^0 & \alpha^1 & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 & \alpha^5 & \alpha^6 \\ \alpha^0 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^6 & \alpha^1 & \alpha^3 & \alpha^5 \\ \alpha^0 & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^2 & \alpha^5 & \alpha^1 & \alpha^4 \end{pmatrix},$$

$$P = \begin{pmatrix} \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 \end{pmatrix},$$

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^{-\infty} & \alpha^0 \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^2 & \alpha^1 \\ \alpha^1 & \alpha^0 & \alpha^0 & \alpha^2 \\ \alpha^2 & \alpha^1 & \alpha^0 & \alpha^0 \\ \alpha^0 & \alpha^2 & \alpha^1 & \alpha^0 \end{pmatrix}, S^{-1} = \begin{pmatrix} \alpha^4 & \alpha^2 & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} \\ \alpha^{-\infty} & \alpha^4 & \alpha^2 & \alpha^0 \\ \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^4 & \alpha^2 \\ \alpha^2 & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^4 \end{pmatrix}.$$

Открытым ключом будет матрица $H^* = X \cdot H \cdot P$, которая примет вид:

$$H^* = \begin{pmatrix} \alpha^4 & \alpha^1 & \alpha^0 & \alpha^{-\infty} & \alpha^1 & \alpha^0 & \alpha^5 \\ \alpha^4 & \alpha^1 & \alpha^6 & \alpha^5 & \alpha^{-\infty} & \alpha^3 & \alpha^2 \\ \alpha^4 & \alpha^6 & \alpha^0 & \alpha^2 & \alpha^5 & \alpha^2 & \alpha^0 \\ \alpha^4 & \alpha^1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^5 & \alpha^1 & \alpha^0 \end{pmatrix}$$

а также число $t = [(d - 1) / 2] = 2$.

Сообщение подписывается согласно приведенному выше алгоритму:

$$(h(h(m) \parallel i)) = (\alpha^4 \alpha^6 \alpha^0 \alpha^6),$$

где $i = 3$, и

$$(h(h(m) \parallel i) P^{-1}) = (\alpha^0 \alpha^3 \alpha^1 \alpha^1).$$

Вектор ошибки находится следующим образом:

$$e' = \gamma(h(h(m) \parallel i) P^{-1}),$$

т. е. с использованием алгоритма декодирования γ получим:

$$e' = (\alpha^{-\infty} \alpha^1 \alpha^3 \alpha^{-\infty} \alpha^{-\infty} \alpha^{-\infty} \alpha^{-\infty}),$$

откуда $x' = e' P^{-1} = (\alpha^{-\infty} \alpha^{-\infty} \alpha^{-\infty} \alpha^1 \alpha^3 \alpha^{-\infty} \alpha^{-\infty})$.

Подпись проверяется следующим образом:

$$s_1 = h(h(m) \parallel i) = (\alpha^4 \alpha^6 \alpha^0 \alpha^6),$$

$$s_2 = x' H^T = (\alpha^4 \alpha^6 \alpha^0 \alpha^6).$$

В результате: подпись действительна, так как s_1 и s_2 совпадают.

Для тестирования быстродействия программной реализации указанной схемы цифровой подписи использовался компьютер с характеристиками: тип процессора – Intel Core i7–3630QM, тактовая частота – 2,4 ГГц, объем оперативной памяти – 6 ГБ. Полученные при этом результаты представлены в таблице 2.

Анализ результатов моделирования алгоритма цифровой подписи свидетельствует о значительном увеличении с ростом длины используемых кодов и их исправляющей способности как времени генерации секретных ключей, так и времени генерации цифровой подписи. Наблюдается значительный рост временных затрат на генерацию секретных ключей и наложения цифровой подписи от параметра t , а время верификации подписи остается постоянным и весьма малым. При этом размер открытого ключа экспоненциально зависит от m . Для оценки стойкости цифровой подписи требуется проведение дополнительных исследований.

Таблица 2

ВРЕМЕННЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ
ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ

Параметры применяемого кода (n, k, d)	Время генерации закрытого ключа, мс	Время генерации открытого ключа, мс	Время генерации подписи, мс	Время верификации, мс
(7, 3, 5), GF(2 ³)	35	3	14	1
(15, 9, 7), GF(2 ⁴)	86	8	17	1
(31, 23, 9), GF(2 ⁵)	219	17	31	1
(63, 53, 11), GF(2 ⁶)	495	22	43	1
(127, 115, 13), GF(2 ⁷)	1272	28	259	1
(255, 241, 15), GF(2 ⁸)	3962	100	5543	1

Выводы

Проведенный анализ известных работ и полученные результаты свидетельствуют о перспективности применения помехоустойчивых кодов в схемах пост-квантовой криптографии с открытым ключом, в частности – для аутентификации сообщений с использованием цифровой подписи. При этом значительный рост затрат на генерацию секретных ключей и самой подписи при возрастании исправляющей способности помехоустойчивых кодов ограничивает их выбор малыми значениями кодовых ограничений, что сужает и область предпочтительного применения. Вопросы оценки и обеспечения гарантированной стойкости алгоритмов цифровой подписи на основе помехоустойчивого кодирования требуют проведения дополнительных исследований.

Библиографический
список

1.

Neal Koblitz and Alfred J. Menezes A riddle wrapped in an enigma. URL: <https://eprint.iacr.org/2015/1018> (posted 03–Dec–2015).

2.

NSA acknowledges need for quantum–safe crypto. URL: <http://www.idquantique.com/nsa–quantum–safe–crypto/> (handling date: 25 May 2016).

3. NISTIR 8105 DRAFT Report on Post-Quantum Cryptography. National Institute of Standards and Technology Internal, Report 8105, February 2016. 15 p.
4. ETSI White Paper No. 8, Quantum Safe Cryptography and Security: An Introduction, Benefits, Enablers and Challenges, June 2015.
5. Evaluating Post-Quantum Asymmetric Cryptographic Algorithm Candidates / Tolga Acar, Josh Benaloh, Craig Costello and Dan Shumow. MSR Security and Cryptography Group. URL: <http://csrc.nist.gov/groups/ST/post-quantum-2015/presentations/session7-shumow-dan.pdf> (handling date: 25 May 2016).
6. Bernstein D. Post-quantum cryptography [Text] / D. Bernstein, J. Buchmann, E. Dahmen. Berlin: Springer, 2009. 246 p.
7. McEliece R. J. A public-key cryptosystem based on algebraic coding theory. DSN Progress Report 42-44, Jet Propulsion Lab., Pasadena, CA, January-February, 1978. P. 114-116.
8. Niederreiter H. Knapsack-type cryptosystems and algebraic coding theory / H. Niederreiter // Problem Control and Inform Theory, 1986, v. 15. P. 19-34.
9. Courtois N. How to achieve a McEliece-based digital signature scheme / Courtois N., Finiasz M. and Sendrier N. // In Advances in Cryptology – ASIACRYPT 2001. Springer-Verlag, 2001, vol. 2248. P. 157-174.
10. Сидельников В.М. О системе шифрования, построенной на основе обобщенных кодов Рида-Соломона / В.М. Сидельников, С.О. Шестаков // Дискретная математика. 1992. Т. 4. Вып. 3. С. 57-63.
11. Горбенко Ю. І. Аналіз шляхів розвитку криптографії після появи квантових комп'ютерів / Ю. І. Горбенко, Р. С. Ганзя // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". 2014. № 806. С. 40-48.
12. Ray A. Perlner and David A. Cooper Quantum resistant public key cryptography: a survey. In Proceedings of the 8th Symposium on Identity and Trust on the Internet (IDtrust '09), Kent Seamons, Neal McBurnett, and Tim Polk (Eds.). New York, ACM, 2009. P. 85-93.
13. Богданов А.Ю. Квантовые алгоритмы и их влияние на безопасность современных классических криптографических систем / А.Ю. Богданов, И.С. Кижватов. М.: РГГУ, 2005.
14. Engelbert D., Overbeck R., and Schmidt A. A summary of McEliece-type cryptosystems and their security // Journal of Mathematical Cryptology, 2007. № 1(2). P. 151-199.
15. M. Finiasz Parallel-CFS – Strengthening the CFS McEliece-Based Signature Scheme. In A. Biryukov, G. Gong, and D.R. Stinson, editors, Selected Areas in Cryptography, vol. 6544 of Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg, 2011. P. 159-170.

16. Морелос–Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение / пер. с англ. В.Б. Афанасьева. М.: Техносфера, 2006.
17. Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования. М.: Мир, 1971.
18. Деев В.В. Методы модуляции и кодирования в современных системах связи. СПб.: Наука, 2007.
19. Рассомахин С.Г., Малофей О.П., Малофей А.О. Оптимизация алгоритма передачи числовых позиционных кодов для дискретных каналов с флуктуационным шумом // Наука. Инновации. Технологии. 2015. № 1. С. 51–59.

References

1. Neal Koblitz and Alfred J. Menezes A riddle wrapped in an enigma. URL: <https://eprint.iacr.org/2015/1018> (posted 03–Dec–2015).
2. NSA acknowledges need for quantum–safe crypto. URL: <http://www.idquantique.com/nsa-quantum-safe-crypto/> (handling date: 25 May 2016).
3. NISTIR 8105 DRAFT Report on Post–Quantum Cryptography. National Institute of Standards and Technology Internal, Report 8105, February 2016. 15 p.
4. ETSI White Paper No. 8, Quantum Safe Cryptography and Security: An Introduction, Benefits, Enablers and Challenges, June 2015.
5. Evaluating Post–Quantum Asymmetric Cryptographic Algorithm Candidates / Tolga Acar, Josh Benaloh, Craig Costello and Dan Shumow. MSR Security and Cryptography Group. URL: <http://csrc.nist.gov/groups/ST/post-quantum-2015/presentations/session7-shumow-dan.pdf> (handling date: 25 May 2016).
6. Bernstein D. Post–quantum cryptography [Text] / D. Bernstein, J. Buchmann, E. Dahmen. Berlin: Springer, 2009. 246 p.
7. McEliece R.J. A public–key cryptosystem based on algebraic coding theory. DSN Progress Report 42–44, Jet Propulsion Lab., Pasadena, CA, January–February, 1978. P. 114–116.
8. Niederreiter H. Knapsack–type cryptosystems and algebraic coding theory // Problem Control and Inform Theory, 1986, v. 15. P. 19–34.
9. Courtois N., Finiasz M. and Sendrier N.: How to achieve a McEliece–based digital signature scheme. In Advances in Cryptology – ASIACRYPT 2001. Springer–Verlag, 2001, vol. 2248. P. 157–174.
10. Sidelnikov V.M., Shestakov S.O. O sisteme shifrovania, postroennoy na osnove obobschennih kodov Rida–Solomona (On an encoding system based on generalized Reed–Solomon codes).

- ing system constructed on the basis of generalized Reed–Solomon codes) // *Diskretnaya matematika*. 1992. Tom 4, випуск 3. S. 57–63.
11. Gorbenko Y.I. Analiz shliakhiv rozvitku kriptografii pislia poyavi kvan-
tovih kompyuteriv (Analysis of cryptography ways after the onset of
quantum computers) / Y.I. Gorbenko, R.S. Ganzia // *Visnik Natsion-
alnogo universitetu "Lvivska politehnika"*. 2014. №806. S. 40–48.
 12. Ray A. Perlner and David A. Cooper Quantum resistant public key
cryptography: a survey. In *Proceedings of the 8th Symposium on
Identity and Trust on the Internet (IDtrust '09)*, Kent Seamons, Neal
McBurnett, and Tim Polk (Eds.). New York, ACM, 2009. P. 85–93.
 13. Bogdanov A.Y. Kvantovie algoritmi i ih vliyanie na bezopasnost
sovremennih klassicheskikh kriptograficheskikh system (Quantum
algorithms and their impact on the security of modern classical
cryptographic systems) / A.Y. Bogdanov, I.S. Kizhvatov. M.: RGGU,
2005.
 14. Engelbert D., Overbeck R., and Schmidt A. A summary of McElie-
cetype cryptosystems and their security // *Journal of Mathematical
Cryptology*, 2007. №1(2). P. 151–199.
 15. M. Finiasz Parallel–CFS – Strengthening the CFS McEliece–Based
Signature Scheme. In A. Biryukov, G. Gong, and D.R. Stinson, edi-
tors, *Selected Areas in Cryptography*, vol. 6544 of *Lecture Notes
in Computer Science*. Springer Berlin Heidelberg, 2011. P. 159–170.
 16. Morelos–Saragosa R. Iskusstvo pomehoustoychivigo kodirovania.
Metodi, algoritmi, primenenie / per. s angl. V.B. Afanasieva (The
Arts of Error Correcting Coding). M.: Tehnosfera, 2006.
 17. Berlekemp E. Algebraicheskaya teoria kodirovania (Algebraic Cod-
ing Theory). M.: Mir, 1971.
 18. Deev V.V. Metodi moduliatsii i kodirovania v sovremennih sistemah
svyazi (Modulation and coding techniques in modern communica-
tion systems). SPb.: Nauka, 2007.
 19. Rassomahin S.G., Malofey O.P., Malofey A.O. Optimizatsia algo-
ritma peredachi chislovih pozitsionnih kodov dlia diskretnih kanalov
s fluktuatsionnim shumom (Optimization of algorithms transferring
numeric positional codes for discrete channels with the fluctuation
noise) // *Nauka. Innovatsii. Tehnologii*. 2015. №1. S. 51–59.

УДК 621.391.8

Малофей О.П. [Malofey O.P.],
Малофей А.О. [Malofey A.O.],
Шаньгина А.Е. [Shangina A.E.]

АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО КОДИРОВАНИЯ И ПОВЫШЕНИЕ ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

Analysis of algorithms of interference coding and improving the efficiency in the complex systems

При создании новых технических решений необходимо обеспечить заданные значения технических параметров при минимально возможных затратах. Целесообразно использование принципа минимума затрат при ограничениях на технический эффект, а также на внешние и внутренние параметры, характеризующие систему защиты информации от ошибок. Методологической основой решения задач оптимизации является теория исследования операций. Так как проектируется система защиты информации от ошибок, обеспечивающая требуемое значение показателя помехоустойчивости P_s^{mp} при минимальных затратах C_{mp} , то показатель эффективности всех допустимых проектов могут служить аппаратные затраты на создание устройства надежности обработки Y_1 . Задача оптимального математического программирования сводится к нахождению значений аргумента функции числа повторений сообщения m и вероятности искажения единичного символа кодовой комбинации P_0 , которые минимизируют функционал, и решается классическим методом множителей Лагранжа.

When creating new technical solutions it is necessary to ensure the technical parameters which set cost is the lowest. It is advisable to use the principle of minimum costs and restrictions on the technical effect, as well as the external and internal parameters that characterize the information protection system errors. The methodological basis for solving optimization problems is also the theory of operations research. Since the system is created to protect information from error, providing the required noise immunity value of the indicator P_s^{mp} at minimum cost C_{mp} , the performance indicator of permissible projects may be instrumental in the creation of processing costs reliability of the device Y_1 . The problem of optimal mathematical programming is reduced to finding the number of repetitions of the function argument values of the message m and the likelihood of distortion of a single character codeword P_0 , which minimize the functional, and can be solved by a classical method of Lagrange multipliers.

Ключевые слова: множитель Лагранжа, минимум функции, задача оптимизации, функционал, целевая функция, мажоритарное декодирование, помехоустойчивость.

Key words: Lagrange multiplier, minimum of function, the task of optimization, functional, objective function, infotelecommunication system, majority decoding, noise immunity

Введение

Для определения эффективности инфотелекоммуникационных систем применяют следующие технические критерии: показатели помехоустойчивости (отношение сигнал/шум, вероятность ошибочного приема и др.), пропускная способность, надежность, комбинации различных технических параметров. Они характеризуют качество системы, ее технический уро-

вень. Однако, используя только технические показатели, мы локально оцениваем эффективность новой техники. Поэтому при создании инфотелекоммуникационных систем следует учитывать и аппаратурные затраты.

Исходя из этого, сформулируем принципы минимума аппаратурных затрат и максимума эффекта, на основе которых могут формироваться критерии эффективности различного назначения [1]. Принцип минимума затрат используют в тех случаях, когда при заданном эффекте требуется определить вариант $z \in Z$, при котором обеспечиваются минимально возможные аппаратурные затраты. Если же при заданных затратах необходимо достичь цели в максимальной степени, приемлем второй принцип. Высокое качество приема информации достигается методом многократной передачи сообщения, который широко применяется в системах, работающих по каналам низкого качества, т. е. КВ радиоканалам. Использование в таких инфотелекоммуникационных системах только первой решающей схемы связано со значительными аппаратурными затратами, необходимыми для обеспечения требуемого значения показателя помехоустойчивости. Поэтому эту задачу лучше решить, применив вторую решающую схему, которая гарантирует необходимый показатель помехоустойчивости [2].

Материалы и методы исследования

Оптимальные устройства и системы проектируют математическим методом с описанием его разработки. Методологической основой решения задач оптимизации технических систем является теория исследования операции [3]. Согласно этой теории, опишем систему связи и представим задачу технического проектирования в математической форме [4]:

$$\min v(X), X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

$$\varphi_{xk}(X) = 0, \varphi_{xl}(X) \leq 0 \quad (2)$$

$$\varphi_{yi}(X) = 0, \varphi_{yj}(X) \leq 0 \quad (3)$$

Сформулируем задачу: найти вектор внутренних параметров X_{opt} , удовлетворяющий равенствам и неравенствам (2), (3) и доставляющий минимум целевой функции $v(X)$.

Если на переменную наложены ограничения типа функциональных равенств, точку экстремального значения функции находят методом их исключения или методом множителей Лагранжа, когда переменные невозможно или затруднительно поставить в виде

$$\min v(X), X = (x_1, x_2, \dots, x_n); \quad (4)$$

$$\varphi_i(X) = 0, i = 1, 2, \dots, m; m < n. \quad (5)$$

При выборе параметров для оценки эффективности инфотелекоммуникационных систем, работающих на каналах низкого качества и использующих многократное повторение, в соответствии с системным подходом в общем случае следовало бы учитывать все виды затрат, имеющие место при организации линии связи. Так как проектируется оптимальное устройство, обеспечивающее требуемую помехоустойчивость $P_{\text{э}}^{mp}$, при минимальных затратах C_{mp} , показателем сравнительной эффективности допустимых проектов будет сложность устройства достоверности приема Y_1 . Очевидно, в целевую функцию должен входить только этот параметр, поскольку согласно техническому заданию желательно его уменьшить:

$$\nu(Y) = Y_1 = C_1 + C_2,$$

где C_1 -сложность первой решающей схемы, обеспечивающей получение символов сообщения с вероятностью ошибочного приема символа P_0 , C_2 -сложность второй решающей схемы, обеспечивающей получение символа со значением эквивалентной вероятности ошибки $P_{\text{э}}$. В результате имеем следующее техническое задание оптимального проектирования в математическом виде: заданы множества векторов внутренних и внешних параметров проектируемого устройства $X = (x_1, x_2)$; $Y = (y_1, y_2)$, компоненты которых $x_1 = m$, где m – аргумент числа повторений сообщения

$$\xi(m) = 2m - 1; m = 2, 3, 4, \dots; x_2 = P_0; y_2 = P_{\text{э}}^{mp}.$$

Запишем компоненты с помощью системы ограничений

$$\Phi_x \rightarrow \begin{cases} 2 < x_1 < t_{\text{д}}^{mp} / 2t_{\text{д}}^{\min} + 0,5; \\ 0 < x_2 < 1; \end{cases}$$

$$\Phi_y \rightarrow \begin{cases} y_1 < C_{mp}; \\ y_2 < P_{\text{э}}^{mp}. \end{cases}$$

Здесь $t_{\text{д}}^{mp}$ – допустимое время доведения сообщения до абонента $t_{\text{д}}^{\min} = (k + r) / V$, где k – число информационных символов в сообщении; r – число проверочных символов; V – скорость модуляции. Уравнение связи внешних и внутренних параметров:

$$y_1 = A_1 (\overline{h_i})^\alpha + A_2 \gamma_j(m); i = 1, 2; j = 1, 2, 3; \quad (6)$$

$$y_2 = \beta_k(m)P_0^m; k = 1, 2; \quad (7)$$

$$C_1 = A_1(\bar{h}_i)^\alpha = dP^\alpha = D\left(\frac{(4\pi R)^2}{G_1 G_2 \lambda^2 F^2} h_i P_u\right)^\alpha, \quad (8)$$

где d, α – постоянные коэффициенты, характеризующие тип передающих устройств,

P – мощность передатчика,

$\bar{h}_i$ – среднее значение отношения сигнал-помеха [5].

Эффективное средство повышения помехоустойчивости радиосвязи в дециметровом диапазоне и при тропосферном рассеянии в метровом диапазоне – это разнесенный радиоприем сигналов. В общем виде определим помехоустойчивость систем с активной паузой и некогерентным приемом, используя формулу для средней вероятности ошибки при n -кратном разнесении сигналов [5]:

$$P_0(\bar{h})_n = (n! / 2(1 + \bar{h}/2)(2 + \bar{h}/2) \dots (n + \bar{h}/2))$$

$$\text{при } n = 1; P_0 = (1 / (\bar{h} + 2));$$

$$\bar{h} \cong 1 / P_0; n = 2;$$

$$P_0(\bar{h})_n = 1 / (1 + \bar{h}/2)(2 + \bar{h}/2); h_2 \cong 2 / \sqrt{P_0}.$$

Подставив в выражение (8) значения для $\bar{h}_i$, получим при $\alpha = 1$

$$C_1 = A_1(1 / P_0)^\alpha; C_1^i = A_1(1 \sqrt{P_0})^\alpha.$$

В тоже время $C_2 = A_2 \gamma_j(m)$, где A_1, A_2 – нормированные коэффициенты, а $\gamma_j(m)$ – функция, определяющая сложность второй решающей схемы,

$$\gamma_1(m) = 2(m-1); \gamma_2(m) = \log_2(m+1); \gamma_3(m) = 2 + \log_2(m+1);$$

$$\beta_1(m) = c_{2m-1}^m \gg 1/2\sqrt{2}(m^{-m-0,5}(1/2-1)^{-m} \times ((m-1)/(2m-1))^{-m+0,5};$$

$$\beta_2(m) = 3^{m-2} + 1.$$

Введем уравнения связи в целевую функцию и ограничения и запишем задачу оптимального математического программирования с нелинейным функционалом одним нелинейным ограничением в виде равенства и двумя ограничениями в виде неравенств

$$\nu(X) = \min_X [A_1(\bar{h}_i) + A_2\gamma_j(m)] \quad (9)$$

$$\beta_k(m)P_0^m \ll P_0^{mp} = 10^{-10} \quad (10)$$

$$2 \ll m \ll 15 \quad (11)$$

$$10^{-3} < P_0 < 10^{-1}. \quad (12)$$

Результаты исследований и их обсуждение

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к нахождению значений m и P_0 , удовлетворяющих уравнениям (10)–(12) и минимизирующих функционал (9). Она решена классическим методом множителей Лагранжа [6]. Для этого подставляем функцию

$$\varphi(X) = \beta_k(m)P_0^m + 10^{-10} = 0$$

с неизвестным множителем λ в целевую функцию трех переменных x_1, x_2, λ :

$$\nu(X, \lambda) = \nu(X) + \lambda\varphi(X).$$

Получаем задачу оптимального математического программирования без ограничений

$$\min_{X, \lambda} \nu(X, \lambda) = \min_{X, \lambda} [A_1(\bar{h}_i) + A_2\gamma_j(m) + \lambda\varphi(X)]. \quad (13)$$

Откуда оптимальные значения независимых переменных находим решением системы из трех уравнений

$$\frac{\partial[\nu(X, \lambda)]}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial[\nu(X, \lambda)]}{\partial x_2} = 0;$$

$$\varphi(X) = 0.$$

При $A_1 = 1, \alpha = 1, A_2 = 100$ и $\gamma_1(m) = 2(m-1)$ данная система уравнений примет вид

$$2A_2 + \lambda\beta_1'(m)P_0^m + \lambda\beta_1(m)P_0^m \ln P_0 = 0;$$

$$\frac{A_1}{P_0} + \lambda\beta_1(m)mP_0^{m-1} = 0,$$

$$\beta_1(m)P_0^m = 10^{-10},$$

Откуда $\lambda = A_1 / m\beta_1(m)P_0^{m+1}$ и окончательно получаем систему из двух уравнений

$$2A_2 + \frac{\beta_1'(m)P_0^m A_1}{\beta_1(m)mP_0} + \frac{A_1}{mP_0} \ln P_0 = 0; \quad (14)$$

$$\beta_1(m)P_0^m - 10^{-10} = 0$$

В данной системе уравнений вызывает затруднение взятие производной от функции вида $\beta_1(m) = C_{2m-1}^n$, поэтому имеет смысл использовать методику приближенных вычислений биномиальных коэффициентов:

$$C_{2m-1}^n \geq \frac{1}{2} \sqrt{\pi} G,$$

где $G = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda\mu}} \lambda^{-\lambda n} \mu^{-\mu n}, \quad \mu = 1 - \lambda; \lambda = \frac{m}{2m-1}; n = 2m-1.$

Тогда

$$C_{2m-1}^n \geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{(2m-1) \left(\frac{m}{2m-1}\right) \left(1 - \frac{m}{2m-1}\right)}} \times \left[\left(\frac{m}{2m-1}\right)^{\frac{m(2m-1)}{2m-1}} \left(1 - \frac{m}{2m-1}\right)^{\frac{(2m-1-m)(2m-1)}{2m-1}} \right] =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}} m^{-m-0,5} \left(\frac{1}{2m-1}\right)^{-m} \left(\frac{m-1}{2m-1}\right)^{-(m-1)-0,5}$$

Окончательно получаем

$$C_{2m-1}^n \geq \frac{1}{2\sqrt{2}} m^{-(m+0,5)} \left(\frac{1}{2m-1}\right)^{-m} \left(\frac{m-1}{2m-1}\right)^{-m+0,5}$$

Следовательно, имеем

$$\beta_1(m) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{m^{-(m+0,5)} (m-1)^{0,5-m}}{(2m-1)^{0,5-2m}};$$

$$\beta_1'(m) = \beta_1(m) \left[\frac{m+0,5}{m} + \frac{m-0,5}{m-1} - \frac{4m-1}{2m-1} \right];$$

$$\Psi(m) = \frac{\beta_1'(m)}{\beta_1(m)} = \frac{m^2 - m + 0,5}{m(m-1)(2m-1)}.$$

Тогда систему уравнений (14) представим в следующем виде

$$\ln P_0 = - \left[\Psi(m) + 2 \frac{A_2}{A_1} m P_0 \right]; \quad (15)$$

$$P_0 = 10^{\frac{10 + \ln \beta_1(m)}{m}} \tag{16}$$

Решая методом итераций уравнение (15), получаем корни уравнения, сведенные в таблицу 1, а корни уравнения (16) в таблицу 2.

Таблица 1. КОРНИ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ $\ln P_0$

m	2	3	4	5	6	7
P_0	$1,08 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$6,1 \cdot 10^{-3}$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$

Таблица 2. КОРНИ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ P_0

m	2	3	4	7	10	15
P_0	$5,75 \cdot 10^{-6}$	$1,99 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$3,3 \cdot 10^{-2}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$

Аналогично решаем для $\gamma_2(m) = \log_2(m + 1)$ и $\gamma_3(m) = 2 + \log_2(m + 1)$.

Варианты решения этой системы для различных $\overline{h_i}, \gamma_j(m), \beta_k(m)$ сведены в табл. 3, где

$$\Psi(m) = (m^2 - m + 0,5)/(m(m-1)(2m-1));$$
$$K(m) = (3^{m-2} \ln 3)/(3^{m-2} + 1).$$

Искомое оптимальное решение X_{opt} получаем с помощью метода итерации. Подставляя в формулу (7) значения $m_{opt,i}, P_{o,opt,i}$, находим минимальное значение целевой функции.

Графическое решение рассмотренных систем уравнений позволяет наглядно отыскать оптимальные значения внутренних параметров при требовании минимума затрат (рис. 1).

Представляет интерес оценить поведение целевой функции при отклонении значений внутренних параметров от найденных оптимальных.

На рис. 2. показано поведение целевой функции от P_0 при значениях m , удовлетворяющих условию (7). Аналитические записи построенных кривых сведены в табл. 2. Отклонение значений параметров от оптимальных приводит к заметному увеличению сложности проектируемых устройств. В то же время применение во второй решающей схеме комбинированных устройств мажоритарного декодирования повышает эффективность инфотелекоммуникационных систем (см. рис. 2, кривые 4, 5), работающей по каналам низкого качества $10^{-3} < P_0 < 10^{-1}$ и снижает затраты на создание систем защиты информации от ошибок, работающей по каналам пониженного качества. Кроме

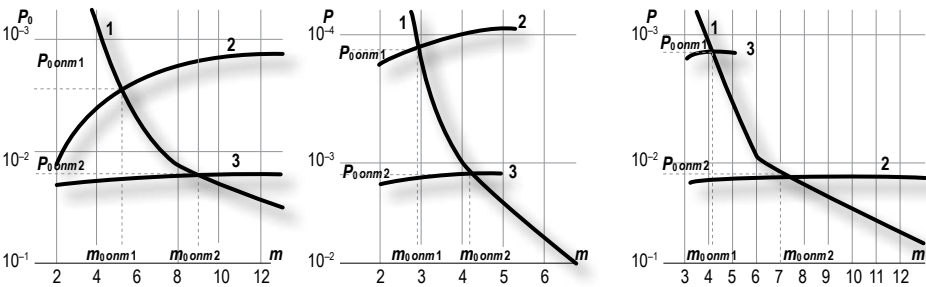


Рис. 1. Графическое определение параметров систем уравнений, приведенных в таблице 3.

Таблица 3. ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ИЗ ТРЕХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ $\overline{h_i}, \gamma_j(m), \beta_k(m)$

$\overline{h_i}$	γ_j	$\beta_k(m)$	Система уравнений для X_{onm}
$1/P_0$	$2(m-1)$	C_{2m-1}^m	$\ln P_0 = -[\Psi(m) + (2A_2mP_0)/A_1];$ $C_{2m-1}^m P_0^m = 10^{-10}$
	$\log_2(m+1)$	C_{2m-1}^m	$\ln P_0 = -[\Psi(m) + (A_2mP_0)/A_1(m+1)\ln 2];$ $C_{2m-1}^m P_0^m = 10^{-10}$
	$2 + \log_2(m+1)$	$3^{m-2} + 1$	$\ln P_0 = -[K(m) + (A_2mP_0)/A_1(m+1)\ln 2];$ $3^{m-2} + 1 P_0^m = 10^{-10}$
$2/\sqrt{P_0}$	$2(m-1)$	C_{2m-1}^m	$\ln P_0 = -[\Psi(m) + (2A_2mP_0^{1/2})/A_1];$ $C_{2m-1}^m P_0^m = 10^{-10}$
	$\log_2(m+1)$	C_{2m-1}^m	$\ln P_0 = -[\Psi(m) + (A_2mP_0^{1/2})/A_1(m+1)\ln 2];$ $C_{2m-1}^m P_0^m = 10^{-10}$
	$2 + \log_2(m+1)$	$3^{m-2} + 1$	$\ln P_0 = -[K(m) + (A_2mP_0^{1/2})/A_1(m+1)\ln 2];$ $(3^{m-2} + 1)P_0^m = 10^{-10}$

того, появляется резерв времени по сравнению с применением известных устройств мажоритарного декодирования, так как высокое значение показателя помехоустойчивости достигается при меньшем числе повторов сообщения.

Аналитические соотношения, описывающие поведение кривых, изображенных на рисунке 2, сведены в таблицу 4.

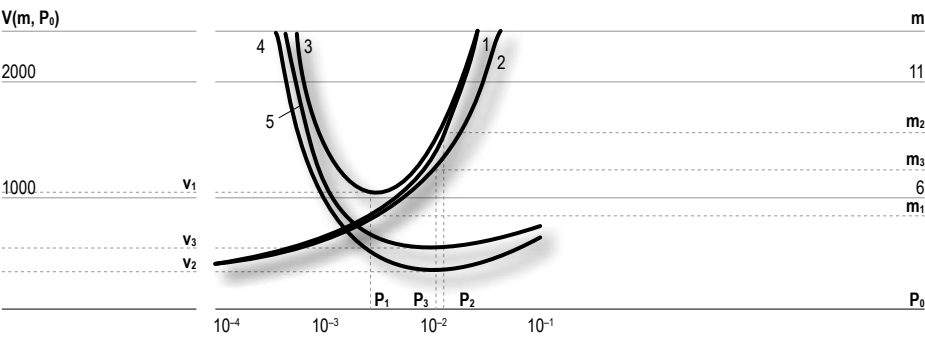


Рис. 2. Поведение целевой функции $V(m, P_0)$ вблизи оптимума при использовании мажоритарных устройств.

Таблица 4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАПИСИ ПОСТРОЕННЫХ КРИВЫХ

Функция	Аналитическая запись	№ кривой
Y_2	$C_{2m-1}^m P_0^m = 10^{-10}$	1
Y_2	$(3^{m-2} + 1)P_0^m = 10^{-10}$	2
Y_1	$A_1(1/P_0)^\alpha + A_2 2(m+1)$	3
Y_1	$A_1(1/P_0)^\alpha + A_2 \log_2(m+1)$	4
Y_1	$A_1(1/P_0)^\alpha + A_2[2 + \log_2(m+1)]$	5

Вывод

В результате сопоставительного анализа возможных вариантов разнесенного приема, сдвоенных частично-разнесенным прием более эффективен, чем одиночный $P_0 < 10^{-3}$. Использование же устройств комбинированного мажоритарного декодирования расширяет заложенные потенциальные возможности метода многократной передачи, поскольку снижается число копий сообщения при заданных ограничениях на достоверность. Это уменьшает время доведения информации до получателя.

Библиографический список

1. А.С. 1439790 от 3.04.87 Малофей О.П., Малофей А.О. и др. Устройство для приема и мажоритарного декодирования информации.

2. Ключко В.И., Малофей О.П. Об одном классе устройств адаптивного мажоритарного декодирования кодов с повторением // Радиотехника. Вып. 64. Издательство ХГУ объединение "Вища школа", 1983. С. 73–77.

3. Патент №2023448 от 15.11.94 БИ №21 / Малофей О.П., Малофей А.О. и др. Устройство для исправления ошибок при многократном повторении сообщений.
4. Патент № 2152129 от 27.06.2000 БИ №18 Устройство коррекции ошибок с расширенным набором решающих правил / Малофей О.П., Малофей А.О. и др.
5. Патент №2012134 от 30.04.94. Оpubл. БИ №8, 30.04.91 / О.П. Малофей, А.О. Малофей и др. Устройство для исправления ошибок при многократном повторении сообщений.
6. Просветов Г.И. Методы оптимизации: задачи и решения. Учебно-практическое пособие. М.: Изд-во "Альфа-Пресс", 2009. 168 с.
7. Юрлов Ф.Ф. Техничко-экономическая эффективность сложных радиоэлектронных систем. М.: Сов. радио, 1980. 277 с.

References

1. Certificate of authorship 1439790 from 03.04.87 apparatus for receiving and decoding the information of the majority
2. Klyuchko V.I., Malofey O.P. A class of devices adaptive majority decoding codes with repetition. Radiotekhnika issue 64, KSU Publishing Association "Vishcha School", 1983, p. 73–77.
3. Patent № 2152129 from 27.06.2000 BI №18. Malofey OP, SA Malofey and others. Error correction device with an expanded set of decision rules.
4. Patent № 2023448 from 11.15.94 BI №21 Malofey O.P., Malofey A.S. and others. A device for correcting errors under repeated messages.
5. Patent № 2012134 from 30.04.94 BI № 8. Malofey OP, SA Malofey and others. A device for correcting errors during repeated repetition of messages.
6. Prosvetov G.I. Optimization Methods: challenges and solutions. Educational and practical guide. M.: Publishing house "Alfa-Press", 2009. 168 p.
7. Yurlov F.F. Technical and economic efficiency of complex electronic systems. M.: Sov. Radio, 1980. 277 p.

УДК 004.056

**Рябинин Ю.Е. [Ryabinin Ju.E.],
Финько О.А. [Finko O.A.]**

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СКРЫТОЙ, ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЙ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ, ПРЕДСТАВЛЕННОЙ В МОДУЛЯРНОМ КОДЕ

Mathematical model of hidden, noiseproof information transfer provided in the modular code

Рассматривается математическая модель скрытой передачи информации по цифровому каналу связи, подверженному деструктивным воздействиям аналитика (помехи). Преодолевается один из недостатков стеганографического метода скрытой передачи информации – возможность стирания скрытых данных, помещенных в стеганографические контейнеры путем их переформатирования, масштабирования, уничтожения и пр. Метод решения задачи – избыточное модулярное кодирование данных, встраиваемых в стеганографические контейнеры различного файлового формата (jpeg, mp3, avi, mpeg4 и др.) и различной потенциальной емкости (путем выбора размера модулей). Множественное использование нескольких стеганографических методов встраивания информации в стеганографические контейнеры различного файлового формата попутно позволило решить и другую задачу – повысить пропускную способность стеганографического канала связи. Для восстановления выходных данных использована оригинальная форма доказательной части Китайской теоремы об остатках, впервые предложенная в школе профессора Н.И. Червякова.

The mathematical model of hidden information transfer through the digital communication channel exposed to destructive influence of analytics (noise). One of shortcomings of steganographic method of hidden information transfer – the possibility of deleting hidden data placed in steganographic containers by reformatting, scaling, destruction, etc., is overcome. This task solving method is excessive modular coding of data built in steganographic containers of different file formats (jpeg, mp3, avi, mpeg4, etc.) and of different potential capacity (by choosing modules sizes). Multiple use of several steganographic methods of building the information in steganographic containers of different file formats incidentally allowed to solve another problem – increase steganographic communication channel capacity. For recovery the output data, the original form of evidential part of the Chinese reminder theorem offered for the first time at school of professor N.I. Chervyakov was used.

Ключевые слова: модулярный код, стеганография, Китайская теорема об остатках.

Key words: modular code, steganography, Chinese reminder theorem.

Введение

В настоящее время информационно-телекоммуникационная сеть общего пользования (ИТКС ОП) «Интернет» все более вытесняет иные виды связи благодаря развитой инфраструктуре, высокой скорости передачи и наличию обширной географии применимости. При этом, доступность каналов связи повышает вероятность деструктивных воздействий на передаваемую информацию (непреднамеренных – помехи и преднамеренных – атаки злоумышленника).

Материалы и методы исследования

Одной из задач защиты информации от несанкционированного доступа является задача достижения скрытности самого факта существования тайного сообщения [1]. Выполнение данного требования может обеспечить применение средств и методов стеганографии совместно с криптографией. В свою очередь, стеганографические методы обладают рядом недостатков, ограничивающих их применение при регулярной передаче данных. Во-первых, это возможность стирания противником стеговложений без существенного изменения контейнера в канале связи, в котором предполагается скрытая передача информации. Во вторых, низкая пропускная способность стеганографического канала связи.

Общий вид форматов данных, широко применяемых в ИТКС ОП, и позволяющих стеганографически встраивать информацию, которые принято называть контейнерами, достаточно обширен: видео и аудио-файлы, графические файлы и пр. При этом принцип униформатной передачи данных (то есть встраивание сообщений в один конкретный контейнер определенного формата), применяемый в стеганографии, значительно снижает пропускную способность стеганографического канала связи (СКС).

Из литературы известно [1], что разные форматы контейнеров обладают не одинаковыми возможностями по встраиванию в них полезной информации с заданным уровнем стеганографической стойкости, однако и в масштабе одного формата разные контейнеры способны встроить разный объем данных. Для краткости, возможности контейнеров встроить полезную информацию с заданным уровнем стегостойкости будем называть емкостными характеристиками контейнеров.

Решить задачу увеличения пропускной способности СКС, показателем которой является вероятность того, что телеграмма будет передана в заданный момент времени, может стать способность стеганографической системы встраивать разные части передаваемой информации в разные контейнеры.

В связи с этим, возникает задача построения такого способа кодирования возможно зашифрованной информации, который позволял бы закодировать сообщение так, что каждый блок кода соответствовал бы емкостным характеристикам каждого конкретного контейнера, имеющегося в наличии на данный момент на передающей стороне и позволяющий не менять естественный порядок следования контейнеров передаваемых в сети некими пользователями (если контейнеры не формируются на передающей стороне).

Известно [2], что любое целое число $C_i \geq 0$ однозначно представляется в модулярном коде (МК) последовательностью $C_j = (c_{i,1}, c_{i,2}, \dots, c_{i,k})_{МК}$,

где $c_i = C_i \bmod p_i, i = 1, 2, \dots, k$,

а $p_1, p_2, \dots, p_k$ – попарно простые числа, такие что $0 \leq C_i \leq P$,

где $P = \prod_{i=1}^k p_i$.

Тогда система сравнений:

$$\begin{cases} C_i = c_{i,1} \bmod p_1; \\ C_i = c_{i,2} \bmod p_2; \\ \dots \dots \dots \dots \\ C_i = c_{i,k} \bmod p_k, \end{cases}$$

при выполнении вышеуказанных условия имеет единственное решение C_i вида [2]:

$$C_i = \left(\sum_{j=1}^k P_j y_j c_{i,j} \right) \bmod P$$

где $P_j = \frac{P}{p_j}, y_j = P_j^{-1} \bmod p_j, P = \prod_{j=1}^k p_j.$

Целое неотрицательное число C_i может быть однозначно восстановлено также, например, посредством рекурсии [3–7]:

$$\begin{cases} h_1 = c_{i,1}; \\ h_2 = p_1(\delta_1(c_{i,2} - h_1) \bmod p_1) \bmod p_1 + c_{i,2}; \\ h_3 = p_2(\delta_2(c_{i,3} - h_2) \bmod p_2) \bmod p_2 + c_{i,3}; \\ h_4 = p_3(\delta_3(c_{i,4} - h_3) \bmod p_3) \bmod p_3 + c_{i,4}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ h_k = C_i = p_k(\delta_{k-1}(c_{i,k} - h_{k-1}) \bmod p_{k-1}) \bmod p_{k-1} + c_{i,k}, \end{cases}$$

где $P_1 = p_2; P_s = \Pi, s = 1, 2, \dots, k-1; \delta_1 = (P_1 - p_1)^{-1} \bmod p_1;$
 $\delta_1 = (P_s - p_{s+1})^{-1} \bmod p_s.$

Для повышения достоверности передаваемой информации выполняется операция расширения полученного МК (РМК) путем введения избыточных оснований $p_{k+1}, \dots, p_{k+r}$ и получения избыточных вычетов $c_{k+1} = C_i \bmod p_{k+1}, \dots, c_{k+r} = C_i \bmod p_{k+r}$. Будем предполагать, что $p_1, p_2, \dots, p_k < p_{k+1} < \dots < p_{k+r}$.

Условие: $C_i^* < P$

где C_i^* – возможно содержащая ошибки последовательность $(c_{i,1}, c_{i,2}, \dots, c_{i,k})_{\text{МК}}$, является ключевым условием определения наличия (отсутствия) обнаруживаемых ошибок в принятой пос-

ледовательности [8, 9], где под q -кратной ошибкой понимается произвольное искажение q символов c_i .

Результаты исследований и их обсуждение

Предлагаемый способ, функционирующий на приемной и передающей сторонах, условно разделен на три части, в каждой из которых реализуется один из трех уровней кодирования информации:

- на первом уровне кодируется полезная информация (информационные и избыточные вычеты МК);
- на втором уровне кодируется служебная информация в виде действительных номеров модулей;
- на третьем кодируются номера контейнеров с избыточной информацией с сохранением порядка их следования в МК.

Соответственно, на принимающей стороне, декодирование производится в обратном порядке.

Порядок функционирования способа следующий. На приемной и передающей сторонах имеется секретный ключ $K_{\text{сег}}$, а также две таблицы пронумерованных попарно простых модулей (оснований) (табл. 1, 2).

Таблица 1. МОДУЛИ ПЕРВОГО УРОВНЯ КОДИРОВАНИЯ $p_1, p_2, \dots, p_v$

Действительные номера модулей (χ_i)	1	2	...	V
Модули (p_i)	p_1	p_2	...	p_v

Таблица 2. МОДУЛИ ВТОРОГО УРОВНЯ КОДИРОВАНИЯ $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_s$

Модули ($\tilde{p}_i$)	$\tilde{p}_1$	$\tilde{p}_2$	...	$\tilde{p}_s$
--------------------------	---------------	---------------	-----	---------------

Здесь выполняются следующие условия $p_1 < p_2 < \dots < p_v$ – и $\tilde{p}_1 < \tilde{p}_2 < \dots < \tilde{p}_s$. При чем, модули таблицы 2 имеют меньшее значение, чем модули таблицы 1. Открытый текст M_j может быть предварительно зашифрован одним из известных криптоалгоритмов. В результате, получают криптограмму C_j , подлежащую передаче предлагаемым способом.

На следующем шаге (или параллельно с предыдущим), выполняют анализ поступающих контейнеров $T_{j,1}[0], T_{j,2}[0], \dots, T_{j,z}[0]$, где $Z \leq V$ и $V \leq S$. Анализируют формат контейнеров (jpeg, mp3, avi, wav и т. п.), а также выполняют анализ содержимого контейнеров (энтропийный анализ) для оценки их емкостных характеристик. На основании проведенного анализа и исходя из требований, предъявляемых к стеганографической стойкости передаваемых контейнеров со встроенной в них полезной информацией (в каждом конкрет-

ном случае могут быть свои требования), определяют количество бит $\hat{L}_{j,i}$, при $i = 1, 2, \dots, Z$, которые можно безопасно встроить в контейнер с заданной стеганографической стойкостью (методику оценки контейнера можно посмотреть, например, в [1]). В $\hat{L}_{j,i}$ резервируется место (фиксированное количество бит), таким образом, что $L_{j,i} = \hat{L}_{j,i} - N_{j,i}^{(\text{служ})}$, где $\hat{L}_{j,i}$ – фактическое количество бит, которые можно встроить в данный контейнер с заданной стеганографической стойкостью, $N_{j,i}^{(\text{служ})}$ – количество бит (фиксированное), необходимых для встраивания служебной информации.

Далее производят поиск r максимальных элементов $L_{j,i}$ вычисляя:

$$\max\{L_{j,1}, L_{j,2}, \dots, L_{j,n}, L_{j,n+1}, \dots, L_{j,n+r}\} \rightarrow \{L_{j,\xi_{n+1}}, \dots, L_{j,\xi_{n+r}}\},$$

при $L_{j,\xi_{n+1}} < L_{j,\xi_{n+2}} < \dots < L_{j,\xi_{n+r}}$, $n + r = Z$, где r – фиксированное количество, соответствующее количеству контейнеров, в которые будет встроена избыточная информация. Полученные избыточные элементы сортируются по числовому возрастанию, а оставшиеся n информационных элементов, сдвигаются без изменения порядка их следования.

На следующем шаге, исходя из емкости контейнеров $L_{j,i}$, из таблицы 1 выполняют выбор попарно простых модулей по условию $p_{j,i} > [\text{antlog } L_{j,i}]$, при этом $p_{j,i} \neq p_{j,d}$, где i и $d = 1, 2, \dots, Z$, $[\]$ – округление до целого. В свою очередь, модули от 1 до n выбираются в соответствии с указанным условием (необязательно подряд), а от n до $n + r$ выбираются следующие по порядку, по возрастанию $p_{j,\chi_{n+1}} < p_{j,\chi_{n+2}} < \dots < p_{j,\chi_{n+r}}$. Значения $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_Z$ – есть действительные (порядковые) номера модулей из таблицы 1, которым ставится в соответствие номера контейнеров.

На следующем этапе получают информационные вычеты $c_{j,1}, c_{j,1}, \dots, c_{j,n}$. Фрагмент передаваемой информации C_j есть результат конкатенации n вычетов $C_j = c_{j,1} | c_{j,2} | \dots | c_{j,n}$, которые подлежат встраиванию в n контейнеров, “|” – знак конкатенации. Здесь и далее двоичные информационные последовательности блоков конкатенации $c_{j,l}$, где $c_{j,l} < p_{j,\chi_l}$, $l = 1, 2, \dots, n$, будем трактовать как вычеты МК некоторого X_j .

Имея информационные вычеты $c_{j,l}$ и систему попарно простых модулей $p_{j,\chi_1}, p_{j,\chi_2}, \dots, p_{j,\chi_n}, p_{j,\chi_{n+1}} < p_{j,\chi_{n+2}} < \dots < p_{j,\chi_{n+r}}$, выполняют операцию расширения модулярного кода, получая избыточные вычеты, реализуя первый уровень кодирования. На основе Китайской теоремы об остатках по системе попарно простых модулей получают: $X_j = \text{CRT}_{l=1}^n c_{j,l}$ и вычисляют избыточные вычеты $c_{j,n+1} = X_j \bmod p_{j,\chi_{n+1}}, \dots, c_{j,n+r} = X_j \bmod p_{j,\chi_{n+r}}$.

Операция расширения наделяет способ свойством гарантированно обнаруживать все одиночные ошибки, если $r \geq 1$, и исправлять одиночные ошибки, если $r \geq 2$ [8].

На втором уровне кодирования (кодирование служебной информации) по n известным действительным номерам модулей $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \dots, \chi_n$ с помощью

таблицы модулей 2, выполняют расширение МК, принимая действительные номера модулей $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \dots, \chi_n$ за вычеты некоторого числа U по системе попарно простых модулей $p_1, p_2, \dots, p_z$. Вычисляют: $U = \text{CRT}_{l=1}^n \chi_l$ и находят избыточные вычеты: $u_{j,n+1} = U \bmod \tilde{p}_{n+1}, \dots, u_{j,n+r} = U \bmod \tilde{p}_{n+r}$. Результатом данного уровня станет представление действительных номеров модулей в РМК $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n, u_{n+1}, \dots, u_{n+r}$.

На третьем уровне кодирования из полученной системы попарно простых модулей $p_{j,\chi_1}, p_{j,\chi_2}, \dots, p_{j,\chi_n}, p_{j,\chi_{n+1}} < p_{j,\chi_{n+2}} < \dots < p_{j,\chi_{n+r}}$ определяют номера контейнеров $N_{j,t}$, при $t = 1, 2, \dots, Z - n$ и порядок их следования в РМК $\{N_{j,1}, \dots, N_{j,t}\}$, которым соответствуют избыточные вычеты.

Далее, выполняют операцию конкатенации вычетов и служебной информации, формируя, тем самым, двоичные блоки по правилу:

$$\begin{aligned} \alpha_{j,\xi_1} &= c_{j,1} \mid \chi_1 \mid \{N_{j,1}, \dots, N_{j,t}\}, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots, \\ \alpha_{j,\xi_n} &= c_{j,n} \mid \chi_n \mid \{N_{j,1}, \dots, N_{j,t}\}, \\ \\ \alpha_{j,\xi_{n+1}} &= c_{j,n+1} \mid u_{j,n+1} \mid \{N_{j,1}, \dots, N_{j,t}\}, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots, \\ \alpha_{j,\xi_{n+r}} &= c_{j,n+r} \mid u_{j,n+r} \mid \{N_{j,1}, \dots, N_{j,t}\}. \end{aligned}$$

Таким образом, получаются блоки α_{j,ξ_k} , $k = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots, n+r$ подлежащие встраиванию в контейнеры, и состоящие из информационных (избыточных) вычетов и служебной информации (рис. 1).

На следующем шаге выполняют обратную сортировку блоков α_{j,ξ_k} восстанавливая порядок их следования в соответствии с естественным порядком следования контейнеров $\alpha_{j,1}, \alpha_{j,2}, \dots, \alpha_{j,z}$ и по ключу для стеганографического преобразования $K_{\text{стег}}$ встраивают информационные блоки в контейнеры методами стеганографии $T_{j,1}[\alpha_{j,1}], T_{j,2}[\alpha_{j,2}], \dots, T_{j,Z}[\alpha_{j,Z}]$ (большое число стеганографических методов сокрытия информации описано в [1]) передают их в канал связи.

На принимающей стороне порядок действий следующий. Приняв Z возможно модифицированных контейнеров $T_{j,1}^*[\alpha_{j,1}], T_{j,2}^*[\alpha_{j,2}], \dots, T_{j,Z}^*[\alpha_{j,Z}]$, выполняют обратное стеганографическое преобразование по ключу $K_{\text{стег}}$ и извлекают блоки $\alpha_{j,i}^*$. Прочитав служебную информацию третьего уровня, выполняют мажоритарное декодирование, в результате получая номера блоков с избыточной информацией и порядок их следования в МК, соответствующие номерам контейнеров $\{N_{j,1}, \dots, N_{j,t}\}$, несущих избыточную информацию.

На втором уровне декодирования выполняют сортировку блоков с избыточной информацией в соответствии с их номерами, полученными на пре-

$\alpha_{j,\xi_1}:$	$c_{j,1}$	χ_1	$\{N_{j,1}, ..., N_{j,t}\}$
$\alpha_{j,\xi_2}:$	$c_{j,2}$	χ_2	$\{N_{j,1}, ..., N_{j,t}\}$
$\alpha_{j,\xi_3}:$	$c_{j,3}$	χ_3	$\{N_{j,1}, ..., N_{j,t}\}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\alpha_{j,\xi_n}:$	$c_{j,n}$	χ_n	$\{N_{j,1}, ..., N_{j,t}\}$
$\alpha_{j,\xi_{n+1}}:$	$c_{j,n+1}$	u_{n+1}	$\{N_{j,1}, ..., N_{j,t}\}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\alpha_{j,\xi_{n+r}}:$	$c_{j,n+r}$	u_{n+r}	$\{N_{j,1}, ..., N_{j,t}\}$

Рис. 1. Блоки кода, подлежащие встраиванию в контейнеры.

дыдущем уровне $\{N_{j,1}, ..., N_{j,t}\}$, а блоки с полезной информацией не сортируются, а остаются в том же порядке, как и полученные: α_{j,ξ_1}^* , α_{j,ξ_2}^* , ..., α_{j,ξ_n}^* , $\alpha_{j,\xi_{n+1}}^*$, ..., $\alpha_{j,\xi_{n+r}}^*$.

Далее, извлекают, возможно, искаженную служебную информацию второго уровня, представленную действительными номерами информационных модулей $\chi_{j,1}^*$, ..., $\chi_{j,n}^*$ и их проверочной частью $u_{j,n+1}^*$, ..., $u_{j,n+r}^*$. Решая систему уравнений: $U^* = \text{CRT}_{i=1}^Z u_{j,i}^*$, $\tilde{P}_l = \prod_{l=1}^n \tilde{p}_l$, $u_{j,l} = \chi_{j,l}$, $l=1, 2, ..., n$ по системе попарно простых оснований из таблицы 2, в соответствии с условием $U^* < \tilde{P}$, осуществляют контроль ошибок действительных номеров информационных модулей. Выполнение неравенства означает, что принятая последовательность не содержит обнаруживаемых ошибок. Если фиксируется ошибка, осуществляется ее поиск и исправление по известному алгоритму [9].

В результате получаем возможно исправленные действительные номера информационных модулей (табл. 1) $\chi_{j,l}^{**}$, а также информационные и избыточные вычеты $c_{j,1}^*$, ..., $c_{j,n+r}^*$.

На первом уровне декодирования по действительным номерам информационных модулей $\chi_{j,1}^{**}$, ..., $\chi_{j,n}^{**}$ (табл. 1) получают сами модули p_{j,χ_1} , p_{j,χ_2} , ..., p_{j,χ_n} , $p_{j,\chi_{n+1}}$, ..., $p_{j,\chi_{n+r}}$, где модули от n до $n+1$ выбираются следующие

по порядку (по возрастанию), так как количество избыточных модулей r фиксировано.

Далее, решая $X_j^* = \text{CRT}_{i=1}^Z c_{j,i}^*$, $P_j = \prod_{l=1}^n p_l$ по системе попарно простых модулей в соответствии с условием $X_j^* < P_j$ осуществляют контроль ошибок вычетов $c_{j,i}^*$. Выполнение неравенства означает, что принятая последовательность не содержит обнаруживаемых ошибок. Если фиксируется ошибка, осуществляется ее поиск и исправление.

В результате получим массив возможно исправленных вычетов $c_{j,1}^{**}, c_{j,2}^{**}, \dots, c_{j,n}^{**}$, где r избыточных вычетов отбрасываются. Выполнив операцию конкатенации элементов данного массива $c_{j,1}^{**} | c_{j,2}^{**} | \dots | c_{j,n}^{**}$ получим переданное сообщение C_j^{**} .

Заключение

Предлагаемый способ позволяет создать помехоустойчивый канал скрытого обмена конфиденциальной информацией в сети общего пользования и является развитием работ [10–12]. Представление информации в МК обеспечивает возможность встраивания фрагментов передаваемого сообщения в различные контейнеры, повышая пропускную способность стеганографического канала связи. А учет емкостных характеристик контейнеров при реализации функции стеганографического сокрытия информации может повысить стегостойкость.

Библиографический список

1. Грибунин В.Г., Оков И.Н., Туринцев И.В. Цифровая стеганография. М.: Солон-Пресс, 2009.
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. М.: Просвещение, 1966.
3. Финько О.А. Модулярная арифметика параллельных логических вычислений: монография. М.: ИПУ РАН, 2003.
4. Финько О.А. Реализация систем булевых функций большой размерности методами модулярной арифметики // Автоматика и телемеханика, 2004, № 6. С. 37–60 (Специальный выпуск).
5. А.с. 1343553 СССР, МКИ 4 Н 03 М 7/18. Преобразователь кода системы остаточных классов в позиционный код / Н.И. Червяков, О.Е. Коршунов, О.А. Финько // Открытия. Изобрет. №37, 1987.
6. А.с. 138896 СССР, МКИ 4 Н 03 М 7/18. Преобразователь кода из системы остаточных классов в позиционный код / Н.И. Чер-

- вяков, О.Е. Коршунов, О.А. Финько // Открытия. Изобрет. № 14, 1988.
7. Финько О.А. Восстановление числа в системе остаточных классов с минимальным количеством оснований // Электронное моделирование. 1998. Т. 20, № 3. С. 56–61.
 8. Бояринов И.М. Помехоустойчивое кодирование числовой информации. М.: Наука, 1983.
 9. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: Сов. радио, 1968.
 10. Рябинин Ю.Е., Финько О.А. Устойчивая к атакам стеганографическая система в расширенном модульном коде // Известия ЮФУ. Технические науки. Февраль 2014. № 2. Таганрог. 2014. С. 167–174.
 11. Рябинин Ю.Е., Финько О.А. Стеганографическая система обмена данными, представленными модульным кодом, с передачей «пустых» контейнеров // сборник научных трудов I-й Международной конференции «Параллельная компьютерная алгебра и её приложения в новых инфокоммуникационных системах». Ставрополь. 2014. С. 288–292.
 12. Рябинин Ю.Е., Финько О.А., Петлеванный А.А., Елисеев Н.И. Модулярная стеганографическая система передачи шифрованных данных по сетям общего пользования // сборник научных трудов VI Международной научно-технической конференции. Инфоком–6. Часть 1. Ставрополь. Октябрь 2014. С. 259–263.

References

1. Gribunin V.G., Okov I.I., Turincev I.V. Cifrovaya steganografiya (Digital steganography). Moscow: Solon-Press, 2009.
2. Buchshtab A.A. Teoriya chisel (Number theory). Moscow: Prosveshchenie, 1966.
3. Finko O.A. Modulyarnaya arifmetika paralelnih logicheskikh vichislenii: monographiya (Modular arithmetics of parallel logical computations). Moscow: IPU RAN, 2003.
4. O.A. Finko. Large systems of Boolean functions: realization by modular arithmetic methods // Autom. Remote Control, 2004. № 6. P. 871-892.
5. A.s. 1343553 USSR, MKI 4 H 03 M 7/18. Preobrazovatel koda systemy ostatochnih klassov v pozicionnii kod (Code translator from system of residual classes in a position code) / N.I. Chervyakov, O.E. Korshunov, O.A. Finko // Otkritiya. Izobret., № 37, 1987.
6. A.s. 138896 USSR, MKI 4 H 03 M 7/18. . Preobrazovatel koda iz systemy ostatochnih klassov v pozicionnii kod (Code translator from system of residual classes in a position code) / N.I. Chervya-

- cov, O.E. Korshunov, O.A. Finko // Otkritiya. Izobret., № 14, 1988.
7. Finko O.A. Number Restoration in the System of Residual Classes with a Minimum Number of Radices // Engineering Simulation, 1999. Vol. 16. P. 329-334.
 8. Boyarinov I.M. Pomechoustoichivoe kodirovanie chislovoi informacii (Noi-seproof coding of numerical information). Moscow: Nauka, 1983.
 9. Akushskii I.Ya., Ydickii D.I. Machinnaya arifmetika v ostatocnykh klassah (Machine arithmetic in residual classes). Moscow.: Sov. Radio, 1968.
 10. Ryabinin Ju.E., Finko O.A. Steganographic system resistant to attack in the extended modular arithmetic // Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. February 2014. № 2. Taganrog. 2014. P. 167–174.
 11. Ryabinin Ju.E., Finko O.A. Steganographic data exchange system, presents modular code, with the transfer of empty containers // collection of scientific papers I International Conference "Parallel Computer Algebra and Its Applications in New IC Systems". Stavropol. 2014. P. 288–292.
 12. Ryabinin Ju.E., Finko O.A., Petlevannii A.A., Eliseev N.I. Modularnaya steganograficheskaya sistema peredachi shifrovannykh dannykh po setyam obshego polzovaniya (Modular steganograficheskyy transmission system of the encoded data on public service networks) // collection of scientific papers VI Mezhdunarodnoi nauchno-tehnicheskoi konferencii (Infokom-6). Stavropol. 2014. P. 259–263.

УДК 551.466

**Савотченко С.Е. [Savotchenko S.E.],
Горлов А.С. [Gorlov A.S.]**

РЕЗОНАНСНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ ВОЛН В ЖИДКОСТЯХ ПО ТРУБАМ

**Resonance peculiarities of the forced wave
propagation in the liquid in the tubes**

В статье предложена математическая модель распространения звуковых волн в жидкости по цилиндрической трубе, возбуждаемых гармоническими колебаниями мембраны произвольной формы. Математическая формулировка модели сводится ко второй краевой задаче для волнового уравнения. В случае гармонического внешнего воздействия волновое уравнение для потенциала скорости жидкости переходит в уравнение Гельмгольца. Получено аналитическое выражение, описывающее распределение потенциала скорости жидкости в волне. Приведена функция Грина краевой задачи. Определены фазовая и групповая скорости. Рассмотрены особенности распространения звуковых волн, возбуждаемые гармоническими колебаниями круглой мембраны. В работе показано, что возбуждается конечное число гармоник. Указаны резонансные частоты, вблизи которых амплитуда колебаний будет максимальной. Установлено, что таких частот может быть конечное число.

The article is devoted to the problem of the modeling of the sound wave propagation in cylindrical tube excited harmonic oscillations of the freeform membrane. The mathematical formulation of the model is reduced to the second boundary value problem for the wave equation. The wave equation for the potential velocity of the liquid passes into the Helmholtz equation in the case of harmonic external force. The analytical expression described of liquid velocity potential distribution is derived. The boundary value problem Green function is obtained. The phase and group velocity are determined. The particularities of propagation of sound waves excited harmonic oscillations of the round membrane are considered. In this paper it is shown that the finite number of harmonic is excited. The resonance frequencies near which the oscillation amplitude will maximize are specified. It is founded that the finite number of such frequencies can exist.

Ключевые слова: давление, плотность, потенциал скорости, волны в жидкости, вынужденные колебания, сжимаемая жидкость.

Key words: pressure, density, velocity potential, waves in liquid, forced vibrations, compressible liquid.

Введение

Проблемам анализа колебательных и волновых процессов, происходящих в жидкостях, посвящено большое количество литературы [1, 2]. Исследования вопросов распространения возбуждений показывают, что в современной математической теории волн используется единый подход к описанию физических явлений, происходящих в широком классе различных по природе систем, например, таких, как распространение звука в трубах, пульсация крови в артериях и венах, распространение колебаний в органах слуха, волны в открытых каналах и водоемах.

Целью данной работы является формулировка новой модели, описывающей распространение звуковых волн в жидкости вдоль цилиндрической трубки, когда возбуждение волн должно происходить за счет гармонических

колебаний мембраны, закрепленной на одном конце цилиндра. Модель должна быть применимой для цилиндра произвольного сечения.

В данной работе будет показано, что математическая формулировка предлагаемой модели приведет к начально-краевой задаче для волнового уравнения с неоднородными краевыми условиями второго рода относительно потенциала скорости жидкости. К достоинству данной модели следует отнести возможность получения решения поставленной задачи в явном аналитическом виде.

Материалы и методы исследования

Формулировка модели и вывод основных уравнений

Основным методом теоретического анализа закономерностей поведения жидкости в различных условиях являются математические методы теоретической физики. Будем рассматривать малые колебания в сжимаемой идеальной жидкости, называемыми звуковыми волнами [1], описываемые стандартным уравнением Эйлера для вектора скорости движения частиц жидкости $\mathbf{V}(M, t)$, давления $p(M, t)$ и плотности $\rho(M, t)$ жидкости в точке $M \in \mathbf{R}^3$ в момент времени $t > 0$ ($\mathbf{R}$ – множество вещественных чисел). Плотность жидкости ρ подчиняется уравнению непрерывности. В силу малости колебаний скорость $\mathbf{V}$ в жидкости мала, поэтому в уравнении Эйлера можно пренебречь членом $(\mathbf{V}, \nabla)\mathbf{V}$, ∇ – оператор набла. Поэтому давление и плотность представимы в виде $p = p_0 + p'$ и $\rho = \rho_0 + \rho'$, где p_0 и ρ_0 – постоянные равновесные давление и плотность жидкости, p' и ρ' – их малые изменения в звуковой волне, такие что $p_0 \gg p'$ и $\rho_0 \gg \rho'$.

Так как рассматриваемое движение идеальной жидкости является адиабатическим, то малое изменение давления линейно связано с малым изменением плотности $p' = s^2 \rho'$, где s – скорость звука в жидкости [2]: $s^2 = (\partial p / \partial \rho)_S$, производная вычисляется при постоянной энтропии S . Пренебрегая членами второго порядка малости относительно величин $\mathbf{V}$, p' и ρ' в уравнениях Эйлера и непрерывности, и переходя к потенциалу скорости $\phi(M, t)$: $\mathbf{V} = \nabla \phi$, причем $p' = -\rho_0' \partial \phi / \partial t$, можно получить волновое уравнение [3, 4]:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = s^2 \Delta \phi, \quad (1)$$

где Δ – оператор Лапласа.

К уравнению движения добавляются граничные условия, задающие нормальную компоненту скорости V_n на поверхности Σ , ограничивающей жидкость. Поэтому для потенциала граничные условия в общем случае представляют собой заданные нормальные производные на поверхности Σ , и они записываются в виде:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_{\Sigma} = V_n. \quad (2)$$

Таким образом, моделирование волновых процессов в жидкости сводится к нахождению потенциала скорости φ , удовлетворяющего волновому уравнению (1) и граничным условиям (2).

Рассмотрим теперь постановку задачи для нахождения поля скоростей в звуковой волне в цилиндрической трубке произвольного сечения, возбуждаемой гармоническими колебаниями мембраны, закрывающей один конец трубки (второй конец трубки считается закрепленным). Пусть длина цилиндра h , а мембрана занимает область $D \subset \mathbf{R}^2$, ограниченную гладким плоским контуром C .

Направим ось Oz в глубину вдоль оси цилиндра и пусть мембрана расположена на границе $z = 0$ в плоскости xOy . Тогда решение волнового уравнения (1) будем искать в области $B = \{(x, y, z): (x, y) \in D \subset \mathbf{R}^2, 0 \leq z \leq h\} \subset \mathbf{R}^3$ при $t > 0$. Будем обозначать через M точки из трехмерной области B , а через M_2 точки мембраны D .

Рассмотрим подробнее формулировку граничных условий (2) в явном виде. Пусть на закрепленную по краям тонкую мембрану действует внешняя гармоническая сила с заданной частотой ω . Такое воздействие можно описать выражением $f(M_2)\sin\omega t$, где функция $f(M_2)$ моделирует распределение внешнего воздействия по поверхности мембраны. Это означает, что нормальная к мембране производная потенциала при $z = 0$ будет равна $f(M_2)\sin\omega t$. На втором конце цилиндра $z = h$ нормальная к этой плоскости производная потенциала будет равна нулю, поскольку он закреплен жестко и жидкость не выливается из цилиндра. Также будет равна нулю нормальная производная потенциала на контуре C , ограничивающем мембрану. Сформулированные граничные условия можно записать в виде:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=0} = f(M_2)\sin\omega t, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=h} = 0, \quad M_2 \in D \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_C = 0, \quad M_2 \in C \quad (4)$$

Граничные условия (3), (4) добавляются к уравнению (1) и получается математическая формулировка модели в виде второй краевой задачи для потенциала φ .

Известно (см., например [3]), что если краевой режим содержит зависимость от времени только в виде $\sin\omega t$, то решение краевой задачи (1), (3)–(4) будет зависеть от времени только по такому же закону $\sin\omega t$. Следовательно, потенциал можно представить в виде: $\varphi(M, t) = u(M)\sin\omega t$, где $u(M)$ – новая искомая функция только пространственных координат. Подстановка данного выражения в (1) приводит к уравнению Гельмгольца (уравнению стационарных колебаний) для функции $u(M)$:

$$\Delta u(M) + k^2 u(M) = 0, \quad M \in B,$$

где $k = \omega/s$ – волновое число. Поэтому функцию $u(M)$ можно называть потенциалом стационарных колебаний (или кратко – стационарным потенциалом).

Основное отличие рассматриваемого в данной работе типа волн от изученных в [5, 6] состоит в том, что капиллярные силы не рассматриваются, поэтому данный тип волн не относится к капиллярным. Природа возбуждения рассматриваемых в данной работе волн связана исключительно с механическим взаимодействием жидкости в трубе с колебаниями мембраны под внешним гармоническим воздействием.

Звуковые волны, возбуждаемые гармоническими колебаниями мембраны произвольной формы

Решение краевой задачи (1), (3)–(4) представимо в виде обобщенного ряда Фурье ряд по полной системе функций $\{\psi_n\}$:

$$u(M) = \sum_n U_n(\omega) \psi_n(M_2) \cos q_n(h-z), \quad (5)$$

где $q_n^2 = k^2 - \lambda_n$ и амплитуда колебаний определяется выражением:

$$U_n(\omega) = \frac{\tilde{f}_n}{q_n \sin q_n h}, \quad (6)$$

коэффициенты Фурье распределения воздействия по мембране определяются выражением:

$$\tilde{f}_n = \frac{1}{\|\psi_n\|^2} \iint_D f(M_2) \psi_n(M_2) dS_M, \quad (7)$$

норма собственных функций:

$$\|\psi_n\|^2 = \iint_D |\psi_n(M_2)|^2 dS_M,$$

dS_M – элемент поверхности мембраны.

В качестве полной системы функций выбираются собственные функции задачи Штурма-Лиувилля:

$$\Delta_2 \psi_n(M_2) + \lambda_n \psi_n(M_2) = 0, \quad M_2 \in D \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial \psi_n}{\partial n} \right|_C = 0, \quad M_2 \in C \quad (9)$$

Δ_2 – двумерный оператор Лапласа по координатам M_2 , λ_n – собственные значения задачи (8)–(9). Собственные функции задачи Штурма-

Лиувилля (8)–(9) называют собственными функциями мембраны [4]. Так как задача (8)–(9) является двумерной, то под индексом n следует понимать обозначение двойного индекса, и ряд Фурье (5) считается двойным. По своему построению решение в виде ряда (5) удовлетворяет краевому условию на контуре мембраны (4). Вопросы сходимости ряда (5), существования и единственности решения краевой задачи (1), (3)–(4) будут обсуждены далее.

Следует отметить, что при $q_n = 0$, то есть когда $k^2 = \lambda_n$, краевая задача (1), (3)–(4) не имеет решений. Поэтому случай $q_n = 0$ из дальнейшего рассмотрения исключается. Так как нас интересуют только колебательные движения, то частота внешнего воздействия должна удовлетворять неравенству $\omega > s\sqrt{\lambda_n}$. Тогда для того, чтобы существовала хотя бы одна волна, распространяющаяся вдоль трубки, частота внешнего воздействия должна превышать минимальное пороговое значение $\omega_{\min} = s\sqrt{\lambda_1}$, где λ_1 – минимальное собственное значение (предполагается, что они упорядочены по возрастанию) задачи (8)–(9). Волны с частотами ниже $\omega_{\min}$ в трубке не возбуждаются.

Следует отметить, что решению (5) можно придать другой вид:

$$u(M) = \iint_D f(N_2) G(M_2, N_2, z) dS_{N_2}, \quad (10)$$

где dS_{N_2} означает, что интегрирование проводится по точкам N_2 поверхности мембраны, и введена функция Грина краевой задачи (1), (3)–(4):

$$G(M_2, N_2, z) = \sum_n \frac{\psi_n(M_2) \psi_n(N_2) \cos q_n(h-z)}{\|\psi_n\|^2 q_n \sin q_n h}. \quad (11)$$

Проанализируем особенности частотных и скоростных характеристик описываемого типа волн. Очевидно, что ряд (5) сходится всюду в области B при $q_n h \neq \pi l$, где $l = 0, 1, 2, \dots$. При выполнении условия $q_n h = \pi l$ амплитуда (6) обращается в бесконечность. Это означает, что существует набор частот, которые будем условно называть резонансными:

$$\omega_R = s(\lambda_n + (\pi l / h)^2)^{1/2}. \quad (12)$$

В реальной ситуации всегда происходит диссипация энергии. Учет в модели каких-либо диссипативных процессов, например, вязкости жидкости, не приводил бы к обращению амплитуды колебаний при некоторой частоте в бесконечность. Тем не менее, как известно из теории колебаний, максимальное значение амплитуды в модели, учитывающей диссипативные процессы, достигается при частоте, близкой к резонансной частоте, при которой амплитуда колебаний обращается в бесконечность в модели, не учитывающей диссипативные процессы. Поэтому выражение (12) позволит прибли-

зительно оценить значения резонансных частот, понимаемых в том смысле, когда амплитуда реальных колебаний будет максимальной.

С физической точки зрения более удобной характеристикой являются не собственные значения задачи Штурма-Лиувилля (8)–(9) λ_n , а собственные частоты свободных колебаний мембраны $\omega_n = c\sqrt{\lambda_n}$, где c – скорость поперечных колебаний мембраны. Она определяется физическими характеристиками мембраны [4]: $c = (\sigma/\rho_s)^{1/2}$, где σ – натяжение мембраны, ρ_s – поверхностная плотность мембраны. Тогда в терминах собственных частот мембраны выражение для резонансных частот (12) можно переписать в виде:

$$\omega_R = s((\omega_n / c)^2 + (\pi / h)^2)^{1/2}.$$

Из этого выражения следует, что резонансные частоты определяются исключительно физическими характеристиками и формой мембраны, а также длиной цилиндрической трубки. Ясно, что число резонансных частот должно быть конечным. Более подробный анализ резонансных частот будет проведен далее для случая круглой мембраны.

Фазовая скорость звуковой волны, распространяющейся вдоль цилиндра, определяется выражением:

$$V_{ph} = \omega / q_n = \omega / (k^2 - \lambda_n)^{1/2}. \quad (13)$$

Выражение для фазовой скорости можно переписать в терминах скорости звука s :

$$V_{ph} = s / (1 - (\omega_n / ck)^2)^{1/2}.$$

Отсюда следует, что фазовая скорость больше звуковой: $V_{ph} > s$.

Групповая скорость волны определяется выражением:

$$V_g = \left(\frac{\partial q_n}{\partial \omega} \right)^{-1} = s(1 - (s\omega_n / c\omega)^2)^{1/2}, \quad (14)$$

откуда видно, что групповая скорость меньше звуковой:

$$V_g < s.$$

Так называемая «пространственная» частота колебаний вдоль оси цилиндра определяется выражением:

$$\Omega_n = sq_n = s(k^2 - \lambda_n)^{1/2} = (\omega^2 - (s\omega_n / c)^2)^{1/2}. \quad (15)$$

Звуковые волны, возбуждаемые гармоническими колебаниями круглой мембраны

Пусть мембрана представляет собой круг радиуса R , тогда удобно перейти в полярные координаты и область D будет иметь вид: $D = \{(r, \theta): 0 \leq r \leq R, 0 \leq \theta \leq 2\pi\} \subset \mathbf{R}^2$. Собственные функции и собственные значения круглой мембраны для задачи Штурма-Лиувилля (8)–(9) хорошо известны [3, 4]:

$$\psi_{nm}^{(1)}(r, \theta) = J_n(\mu_m^{(n)} r / R) \cos n\theta,$$

$$\psi_{nm}^{(2)}(r, \theta) = J_n(\mu_m^{(n)} r / R) \sin n\theta, \quad (16)$$

$$\lambda_{nm} = (\mu_m^{(n)} / R)^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots, \quad (17)$$

где J_n – функции Бесселя n -ого порядка, $\mu_m^{(n)}$ являются m -ыми нулями производных функций Бесселя n -ого порядка, то есть корнями уравнения: $J'_n(\mu_m^{(n)}) = 0$. Норма собственных функций:

$$\|\psi_{nm}^{(j)}\|^2 = \frac{\pi R^2}{2 - \delta_{n0} \delta_{m0} \delta_{j1}} J_n^2(\mu_m^{(n)}) \left\{ 1 - \left(\frac{n}{\mu_m^{(n)}} \right)^2 \right\}, \quad (18)$$

где $j = 1$ соответствует собственным функциям с косинусами, а $j = 2$ – с синусами, δ_{ik} – символ Кронекера.

С учетом того, что собственные функции круглой мембраны (16) состоят из двух наборов, представление решения краевой задачи (1), (3)–(4) в форме разложения в ряд Фурье (5) будет иметь вид:

$$u(r, \theta, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{nm} J_n\left(\mu_m^{(n)} \frac{r}{R}\right) \cos q_{nm}(h - z), \quad (19)$$

$$U_{nm} = \{\tilde{f}_{nm}^{(1)} \cos n\theta + \tilde{f}_{nm}^{(2)} \sin n\theta\} / q_{nm} \sin q_{nm} h,$$

$$q_{nm} = ((\omega / s)^2 - (\mu_m^{(n)} / R)^2)^{1/2},$$

а коэффициенты Фурье (7) вычисляются по формулам:

$$\tilde{f}_{nm}^{(1)} = \frac{1}{\|\psi_{nm}^{(1)}\|^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R f(r, \theta) J_n\left(\mu_m^{(n)} \frac{r}{R}\right) \cos n\theta \, r dr \, d\theta, \quad (20)$$

$$\tilde{f}_{nm}^{(2)} = \frac{1}{\|\psi_{nm}^{(2)}\|^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R f(r, \theta) J_n\left(\mu_m^{(n)} \frac{r}{R}\right) \sin n\theta \, r dr \, d\theta, \quad (21)$$

Таким образом, выражения (16)–(21) полностью определяют решение краевой задачи (1), (3)–(4) для случая круговой мембраны. Оно определяет потенциал скорости и изменение давления жидкости при произвольном распределении внешнего воздействия на нее.

Рассмотрим далее случай, когда внешнее гармоническое воздействие распределено равномерно по всей поверхности круглой мембраны. Тогда $f(r, \theta) \equiv f_0$ – постоянная величина и ее можно вынести за интегралы в (20) и (21). Поэтому, в силу ортогональности системы собственных функций, отличными от нуля будут только коэффициенты Фурье (20) с $n = 0$, то есть $\tilde{f}_{nm}^{(1)} = 0$, $n = 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots, \tilde{f}_{nm}^{(2)} = 0, n = 0, 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots$.

Ненулевые коэффициенты Фурье в этом случае вычисляются в явном виде:

$$\tilde{f}_{0m}^{(1)} = \frac{2f_0 J_1(\mu_m^{(0)})}{\mu_m^{(0)} J_0^2(\mu_m^{(0)})}. \quad (22)$$

В результате решение (19) с учетом (22) принимает вид одномерного ряда Фурье:

$$u(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} U_m(\omega) J_0\left(\mu_m^{(0)} \frac{r}{R}\right) \cos q_{0m}(h - z), \quad (23)$$

с амплитудами гармоник

$$U_m(\omega) = \frac{2f_0 J_1(\mu_m^{(0)})}{\mu_m^{(0)} J_0^2(\mu_m^{(0)}) q_{nm} \sin q_{nm} h}. \quad (24)$$

Таким образом, из (23) следует, что в случае равномерного воздействия по всей площади мембраны потенциал, скорость, давление и плотность жидкости в звуковой волне не зависят от угловой переменной и обладают осевой симметрией.

Результаты и их обсуждение

Собственные частоты свободных колебаний круглой мембраны: $\omega_{nm} = c\sqrt{\lambda_{nm}} = c\mu_m^{(n)} / R$. В предыдущем пункте отмечалось, что существует минимальная частота $\omega_{\min} = s\sqrt{\lambda_1}$, с частотами ниже которой звуковые волны в трубке не возбуждаются. Для круговой цилиндрической трубки эта минимальная частота определяется выражением: $\omega_{\min} = s\omega_{01} / c = s\mu_1^{(0)} / R$.

Поскольку собственные значения круглой мембраны (17) увеличиваются с ростом номеров n и m , то при фиксированной частоте внешнего воздействия ω , начиная с некоторых номеров n и m , станет справедливо $\omega < s\sqrt{\lambda_{nm}}$. Это означает, что звуковые волны будут затухающими вдоль оси цилиндра, так как q_{nm} станет мнимой величиной.

Для определенности далее будем рассматривать случай равномерного распределения воздействия на мембрану (как было показано выше, в этом случае $n = 0$). Тогда наибольшее число $M = \max\{m\}$ определяется при фиксированной частоте внешнего воздействия ω из условия того, то выполняется неравенство $\omega > s\omega_{0M} / c = s\mu_M^{(0)} / R$, а, начиная с номера $M + 1$, это неравенство нарушается. Ясно, что для каждой частоты внешнего воздействия такое число M будет своим, то есть следует считать $M = M(\omega)$. Максимальную возможную частоту внешнего воздействия обозначим $\omega_{\max} > s\omega_{0M} / c = s\mu_M^{(0)} / R$.

В реальной среде существует граница частотного диапазона, которую обозначим $\tilde{\omega}_{\max}$. Тогда наибольшее число возбуждаемых волн $\tilde{M} = \tilde{M}(\omega_{\max})$ определяется из требования выполнения неравенства $\tilde{\omega}_{\max} > s\omega_{0\tilde{M}} / c = s\mu_{\tilde{M}}^{(0)} / R$, которое, начиная с $\tilde{M} + 1$, будет уже несправедливым. Это означает, что в цилиндрической трубке возбуждается конечное число гармоник. Поэтому ряд

(23) не является бесконечным, а представляет собой конечную сумму с числом слагаемых, равных $\tilde{M}$.

Как отмечалось выше, амплитуда колебаний U_n обращается в бесконечность, когда частота внешнего воздействия будет совпадать с одной из резонансных частот (12). В случае круглой мембраны, подставив в (12) собственные значения (17), получим выражение для резонансных частот

$$\omega_R = s((\mu_m^{(n)} / R)^2 + (\pi l / h)^2)^{1/2}. \quad (25)$$

Количество таких резонансных частот конечно. В случае равномерного распределения воздействия на мембрану, когда $n = 0$, и при $m = 1, 2, \dots, M$, количество резонансных частот $\omega_R = s((\mu_m^{(0)} / R)^2 + (\pi l / h)^2)^{1/2}$ будет определяться так же изменением индекса $l = 1, 2, \dots, L$, где число L находится из условия $\omega_R \geq \tilde{\omega}_{\max}$, то есть из неравенства $\tilde{\omega}_{\max} \geq s((\mu_m^{(0)} / R)^2 + (\pi L / h)^2)^{1/2}$.

Был проведен численный анализ решения (23) при следующих фиксированных значениях: $\rho_0 = 1002 \text{ кг/м}^3$, $f_0 = 2$, $m = 2000$, $h = 0,03 \text{ м}$, $R = 0,0015 \text{ м}$, максимальное значение $\tilde{\omega}_{\max}$ полагается равным 20 кГц . Его результаты показали, что увеличение частоты ω влияет на амплитуду и собственно на частоту бегущей волны. Также можно сделать вывод о том, что изменение координаты r точки на мембране влечет за собой изменение амплитуды волны.

Заключение

В работе была предложена модель распространения звуковых волн, возбуждаемых колебаниями мембраны в цилиндре, заполненном несжимаемой жидкостью. Показано, что математическая постановка сводится ко второй начально-краевой задаче для волнового уравнения с неоднородными краевыми условиями относительно потенциала скорости жидкости.

Получено в явном аналитическом виде решение поставленной задачи, описывающее звуковые волны в жидкости, распространяющиеся в цилиндре произвольного сечения, и при произвольном распределении внешнего воздействия на мембрану.

Установлено, что в системе существуют резонансные частоты, определяемые физическими характеристиками (частотой ее собственных поперечных колебаний, эластичностью и плотностью) и формой мембраны, а также длиной цилиндрической трубки. Таких резонансных частот имеется целый набор. Если частота внешнего воздействия будет близка к одной из таких резонансных частот, то амплитуда колебаний будет резко возрастать.

Проанализирован подробно случай трубы в форме цилиндра кругового сечения. В этом случае потенциал скорости жидкости выражается через цилиндрические функции Бесселя. Далее было рассмотрено равномерное распределение внешнего воздействия по мембране. Было показано, что давление и плотность жидкости в звуковой волне не зависят от угловой переменной и обладают осевой симметрией.

Следует отметить, что рассматриваемы задачи гидродинамики тесно связаны с задачами аэродинамики в силу схожести основных модельных уравнений [7].

Библиографический список

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. Биркгоф Г. Гидродинамика. М.: Изд-во ин. лит, 1963. 244 с.
3. Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. М.: Изд-во МГУ, 1998. 350 с.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 1999. 798 с.
5. Савотченко С.Е. Вынужденные капиллярные волны в покрытом тонкой пленкой бассейне // Известия высших учебных заведений. Физика. 2008. Т. 51. №3. С. 3–6.
6. Савотченко С.Е. Моделирование вынужденных внутренних капиллярных волн // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2015. Т. 11. №2. С. 87–90.
7. Закинян Р.Г., Авакян К.С., Семенова Ю.А. Развитие экмановской теории пограничного слоя атмосферы при различной ориентации изобар // Наука. Инновации. Технологии. 2013. №1. С. 26–30.

References

1. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika. T.VI. Hidrodinamika. (Theoretical physics. Vol.VI. Hydrodynamics). M.: Nauka, 1986. 736 p.
2. Birkhof G. Hidrodinamika. (Hydrodynamics) M.: Izd-vo in. lit, 1963. 244 p.
3. Bogoljubov A.N., Kravcov V.V. Zadachi po matematicheskoj fizike. (Problems in mathematical physics). M.: MGU, 1998. 350 p.
4. Tihonov A.N., Samarskij A.A. Uravnenija matematicheskoj fiziki. (Mathematical physics equations). M.: MGU, 1999. 798 p.
5. Savotchenko S.E. Vynuzhdennye kapilljarnye volny v pokrytom tonkoj plenkoj bassejne. (Forced capillary waves in the pool covered with a thin film) Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Fizika. 2008. Vol. 51. No. 3. Pp. 3–6.
6. Savotchenko S.E. Modelirovanie vynuzhdennyh vnutrennih kapilljarnyh voln. (Modelling of the forced internal capillary waves) Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. 2015. Vol. 11. No. 2. Pp. 87–90.
7. Zakinjan P.G., Avakjan K.S., Semenova Ju.A. Razvitie jekmanovskoj teorii pograničnogo sloja atmosfery pri razlichnoj orientacii izobar. (Development Ekman theory of the atmospheric boundary layer at different isobar orientations) Nauka. Innfovicii. Tehnologii. 2013. No. 1. Pp. 26–30.

УДК 532.517+517.95

**Чиркунов Ю.А. [Chirkunov Yu.A.],
Пикмуллина Е.О. [Pikmullina E.O.]**

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ НАД ПРЯМОЛИНЕЙНЫМ ДНОМ*

**Exact solutions of nonlinear shallow water
equations over square bottom**

Точные решения для каждой математической модели имеют особое значение. Они позволяют оценить, степень адекватности математической модели реальным физическим процессам, после проведения экспериментов, соответствующие этим решениям, а также оценить возникающие отклонения. Точные решения можно использовать для описания некоторых физических процессов. Точные решения являются хорошими тестами для проверки приближенных численных решений. В настоящей статье выполнен групповой анализ однопараметрического семейства уравнений, описывающих в рамках нелинейной одномерной модели мелкой воды распространение поверхностных волн над прямолинейным дном. Параметром этого семейства является угловой коэффициент наклона дна. В результате специального нелокального преобразования годографа, ассоциированного с групповым свойством исходной нелинейной системы, эта система сведена к линейной системе. Используя групповые свойства этих систем, получены формулы производства («размножения») решений нелинейной системы. С помощью инвариантных и частично инвариантных решений линейной системы и найденных формул производства решений получено бесконечное множество невырожденных решений нелинейной системы. Найденны все вырожденные решения этой системы. Полученные решения могут быть использованы при исследовании наката волн на берег, а также при исследовании распространения жидкости в каналах.

Exact solutions for each mathematical model are important. They allow us to assess, the degree of the adequacy of the mathematical model of real physical processes, after carrying out experiments appropriate to these solutions, and an evaluation of the arising deviations. Exact solutions can be used to describe of some physical processes. Exact solutions are good tests to check the approximate numerical solutions. In this paper we performed a group analysis of the one-parameter family of the equations, describing within the framework of the nonlinear one-dimensional shallow water model, the propagation of surface waves above a straight bottom. A parameter of this family is an angular coefficient of inclination of the bottom. As a result of a special nonlocal hodograph transformation, associated with the group property of the original non-linear system, this system is reduced to a linear system. Using the group properties of these systems, we obtained the formulas of the production ("reproduction") of the solutions of nonlinear system. With a help of the invariant and partially invariant solutions of the linear system and found formulas of the production of the solutions, we obtained an infinite set of non-singular solutions of nonlinear system. We found all degenerate solutions of this system. These solutions can be used in the study of waves rolling on shore, and also in the study of the spread of liquid in the channels.

Ключевые слова: мелкая вода, групповой анализ, инвариантные и частично инвариантные решения, невырожденные и вырожденные решения.

Key words: shallow water, group analysis, invariant and partially invariant solutions, non-degenerate and degenerate solutions.

* Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета и РФФИ в рамках научного проекта № 16-01-00446 а.

Введение

Нелинейная одномерная модель мелкой воды

$$v_\tau + vv_y + \eta_y = 0, \quad \eta_\tau + ((\eta + ky)v)_y = 0 \quad (1)$$

используется при исследовании наката волн на берег, а также при исследовании распространения жидкости в каналах (см., например, [1–4]). Здесь: $v = v(\tau, y)$ – скорость распространения поверхностных волн вдоль оси oy со свободной поверхностью $z = \eta(\tau, y) + ky$ над прямолинейным дном $z = ky$, $k = \text{const}$ – угловой коэффициент наклона дна, oyz – прямоугольная декартова система координат, τ – время. При $k = 0$ система (1) описывает распространение поверхностных волн над горизонтальным дном, а при $k \neq 0$ – над наклонным дном. Если $k \neq 0$, то после замены переменных

$$t = k\tau, \quad x = k\left(y - \frac{k\tau^2}{2}\right), \quad v = u(t, x) + t, \quad \eta = h(t, x) - x - \frac{t^2}{2} \quad (2)$$

система (1) приводится к системе

$$u_t + uu_x + h_x = 0, \quad h_t + uh_x + hu_x = 0, \quad (3)$$

являющейся записанной для переменных t, x, u, h ($h \geq 0$) системой (1) с угловым коэффициентом $k = 0$. Следовательно, в силу преобразования (2) однопараметрическое семейство систем (1) с параметром $k \in (-\infty, \infty)$ порождается системой (1) с параметром $k = 0$, а именно, системой (3).

Материалы и методы исследований

В настоящей работе исследуется однопараметрическое семейство уравнений, описывающих в рамках нелинейной одномерной модели мелкой воды распространение поверхностных волн над прямолинейным дном. Параметром этого семейства является угловой коэффициент наклона дна. Эта модель используется при исследовании наката волн на берег, а также при исследовании распространения жидкости в каналах. Методами исследований являются: групповой (симметричный) анализ и общие методы теории дифференциальных уравнений.

Результаты исследований и их обсуждение

1. Групповое свойство системы (3). Основная группа Ли преобразований системы (3) является бесконечной и порождается операторами:

$$\begin{aligned} Z &= \Phi(u, h)\partial_t + (\Psi(u, h) + u\Phi(u, h))\partial_x, \quad Y_1 = t\partial_t + x\partial_x, \quad Y_2 = t\partial_x + \partial_u, \quad Y_3 = t\partial_t - u\partial_u - 2h\partial_h, \\ Y_4 &= (x - 3tu)\partial_t + \left(3h - \frac{3}{2}u^2\right)\partial_x + \left(\frac{1}{2}u^2 + 2h\right)\partial_u + 2uh\partial_h, \end{aligned} \quad (4)$$

где $(\Phi = \Phi(u, h), \Psi = \Psi(u, h))$ – любое решение системы

$$\Phi_u + \Psi_h = 0, \quad \Psi_u + (h\Phi)_h = 0. \quad (5)$$

Из группового свойства (4) вытекают, в частности, следующие формулы производства («размножения») решений. Если $(u = u(t, x), h = h(t, x))$ – решение системы (3), то решением системы (3), записанной для переменных являются следующие пары функций $(u'(t', x'), h'(t', x'))$:

$$u' = a_4(a_5 + u(a_1 a_4 t' + a_2, a_1(x' - a_4 a_5 t') + a_3)), \quad h' = a_4^2 h(a_1 a_4 t' + a_2, a_1(x' - a_4 a_5 t') + a_3); \quad (6)$$

$$u' = u(w), \quad h' = h(w), \quad w = (t' - \Phi(u', h'), x' - \Psi(u', h') - u\Phi(u', h')). \quad (7)$$

Здесь a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 ($a_1 a_3 \neq 0$) – произвольные вещественные постоянные, а $(\Phi = \Phi(u, h), \Psi = \Psi(u, h))$, – любое решение системы (5).

В силу преобразования (2) отсюда следуют формулы производства решений системы (1) при $k \neq 0$. А именно, если $(v = v(\tau, y), \eta = \eta(\tau, y))$ – решение системы (1), то решением системы (1), записанной для переменных τ', y', v', η' являются следующие пары функций $v' = v(\tau', y'), \eta' = \eta(\tau', y')$:

$$v' = v\left(a_1 k \tau', a_1 k y' + \frac{a_1}{2}(a_1 - 1)(k \tau')^2\right) - (a_1 - 1)k \tau',$$

$$\eta' = \eta\left(a_1 k \tau', a_1 k y' + \frac{a_1}{2}(a_1 - 1)(k \tau')^2\right) + \frac{1}{2}(a_1 - 1)\left(2k y' + a_1(k \tau')^2\right); \quad (8)$$

$$v' = v\left(k \tau' + a_2, k(y' + a_2 \tau') + \frac{a_2^2}{2} + a_3\right) + a_2,$$

$$\eta' = \eta\left(k \tau' + a_2, k(y' + a_2 \tau') + \frac{a_2^2}{2} + a_3\right) + a_2 k \tau' + \frac{a_2^2}{2} + a_3; \quad (9)$$

$$v' = a_4\left(v\left(a_4 k \tau', k y' + \frac{(k \tau')^2}{2}(a_4^2 - 1)\right) - a_4 k \tau'\right) + k \tau',$$

$$\eta' = a_4^2\left(\eta\left(a_4 k \tau', k y' + \frac{(k \tau')^2}{2}(a_4^2 - 1)\right) + k y' + \frac{(k \tau')^2}{2}(a_4^2 - 1)\right) - k y'; \quad (10)$$

$$v' = v(k \tau', k(y' - a_5 \tau')) + a_5, \quad \eta' = \eta(k \tau', k(y' - a_5 \tau')) - a_5 k \tau'; \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
v' &= k\tau' - \Phi(v' - k\tau', \eta' + ky') + \\
&+ v(\Phi(v' - k\tau', \eta' + ky'), \Psi(v' - k\tau', \eta' + ky') + \lambda(\tau', y', k, v', \eta')), \\
\eta' &= \Psi(v' - k\tau', \eta' + ky') - ky' + \lambda(\tau', y', k, v', \eta') + \\
&+ \eta(\Phi(v' - k\tau', \eta' + ky'), \Psi(v' - k\tau', \eta' + ky') + \lambda(\tau', y', k, v', \eta')) \\
&\left(\lambda(\tau', y', k, v', \eta') = (v' - k\tau')\Phi(v' - k\tau', \eta' + ky') + \frac{1}{2}\Phi^2(v' - k\tau', \eta' + ky') \right). \quad (12)
\end{aligned}$$

2. Невырожденные решения.

Решение $(u = u(t, x), h = h(t, x))$ системы (3) будет называться невырожденным, если отличен от нуля якобиан $\frac{\partial(u, h)}{\partial(t, x)} \neq 0$. Аналогично, решение $(v = v(\tau, y), \eta = \eta(\tau, y))$ системы (1) будет называться невырожденным, если отличен от нуля якобиан $\frac{\partial(v, \eta)}{\partial(\tau, y)} \neq 0$. Множества невырожденных решений систем (1) и (3) связаны преобразованием (2).

Система (3) на множестве невырожденных решений линеаризуется с помощью преобразования годографа, которое удобно выбрать ассоциированным с групповым свойством (4) системы (3), а именно:

$$t = \Phi(u, h), \quad x = \Psi(u, h) + u\Phi(u, h), \quad (13)$$

В результате этого преобразования система (3) приводится к системе (5).

Решения систем (3) и (5) связаны между собой следующим образом.

Любое невырожденное решение $(u(t, x), h(t, x))$ системы (3) определяет по формулам (13) невырожденное решение системы (5), т.е. решение $(\Phi(u, h), \Psi(u, h))$, удовлетворяющее условию $\frac{\partial(t, x)}{\partial(u, h)} \equiv (\Phi_u^2 - h\Phi_h^2) \neq 0$. Обратно, каждое невырожденное решение $(\Phi(u, h), \Psi(u, h))$ системы (5), удовлетворяющее условию $(\Phi_u^2 - h\Phi_h^2) \neq 0$ в некоторой области переменных u, h , неявным образом определяет по формулам (13) невырожденное решение $(u(t, x), h(t, x))$ системы (3) в соответствующей области переменных t, x .

Таким образом, линейная система (5) определяет для системы (3) уравнений одномерной модели мелкой воды с горизонтальным дном и ее основную группу Ли преобразований, и все множество ее невырожденных решений. В силу преобразования (2) – то же самое справедливо и для системы (1).

3. Групповое свойство системы (5).

Оператор, допускаемый системой (5), ищется в виде:

$$\xi_1(\omega)\partial_u + \xi_2(\omega)\partial_h + \eta_1(\omega)\partial_\Phi + \eta_2(\omega)\partial_\Psi, \quad \omega = (u, h, \Phi, \Psi)$$

Из условия инвариантности относительно этого оператора многообразия, определяемого уравнениями (5), следует, что основная группа Ли преобразований системы (5) (факторгруппа по нормальному делителю, связанному с линейностью системы) порождается операторами

$$\begin{aligned} X_1 &= \left(\frac{u^2}{4} + h \right) \partial_u + uh \partial_h + \left(\frac{1}{2} \Psi - u\Phi \right) \partial_\Phi + \frac{1}{2} (h\Phi - u\Psi) \partial_\Psi, \\ X_2 &= u\partial_u + 2h\partial_h - \Phi\partial_\Phi, \quad X_3 = \partial_u, \quad X_4 = \Phi\partial_\Phi + \Psi\partial_\Psi. \end{aligned} \quad (14)$$

Из группового свойства (14) в силу линейности системы (5) вытекают следующие формулы производства ее решений. Для любой пары комплексно-значных функций $(\Phi(u, h), \Psi(u, h))$, являющейся решением системы (5), решением системы (5), записанной для переменных u', h', Φ', Ψ' являются следующие пары функций $(\Phi'(u', h'), \Psi'(u', h'))$, задаваемые формулами

$$\begin{aligned} \Phi'(u', h') &= \operatorname{Re} \left\{ \mu^3(u, h, b_1) \left(4\Phi(u, h) + b_1 (2\Psi(u, h) - u\Phi(u, h)) \right) \right\}, \\ \Psi'(u', h') &= -\operatorname{Re} \left\{ 16\mu(u, h, b_1) \left(4\Psi(u, h) + b_1 (2h\Phi(u, h) - u\Psi(u, h)) \right) \right\}; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Phi'(u', h') &= \operatorname{Im} \left\{ \mu^3(u, h, b_1) \left(4\Phi(u, h) + b_1 (2\Psi(u, h) - u\Phi(u, h)) \right) \right\}, \\ \Psi'(u', h') &= -\operatorname{Im} \left\{ 16\mu(u, h, b_1) \left(4\Psi(u, h) + b_1 (2h\Phi(u, h) - u\Psi(u, h)) \right) \right\}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\Phi'(u', h') = b_2 \operatorname{Re} \Phi(b_2(u' + b_3), b_2^2 h'), \quad \Psi'(u', h') = \operatorname{Re} \Psi(b_2(u' + b_3), b_2^2 h'); \quad (17)$$

$$\Phi'(u', h') = b_2 \operatorname{Im} \Phi(b_2(u' + b_3), b_2^2 h'), \quad \Psi'(u', h') = \operatorname{Im} \Psi(b_2(u' + b_3), b_2^2 h'); \quad (18)$$

где $\mu(u, h, b_1) = (b_1^2 u^2 - 4b_1^2 h - 8b_1 u + 16)^{\frac{1}{2}}$; b_1, b_2, b_3, b_4 ($b_2 b_4 \neq 0$) – произвольные вещественные постоянные,

Групповое свойство (14) и линейность системы (5) в силу инфинитезимальной формулы производства решений [6] дает следующие формулы производства ее решений. А именно, если $(\Phi(u, h), \Psi(u, h))$ – произвольное гладкое решение системы (5), то решениями этой системы являются следующие пары функций $(\Phi'(u, h), \Psi'(u, h))$:

$$\Phi'(u, h) = \left(\frac{u^2}{2} + 2h \right) \Phi_u(u, h) + 2uh\Phi_h(u, h) - \Psi(u, h) + 2u\Phi(u, h), \quad (19)$$

$$\Psi'(u, h) = \left(\frac{u^2}{2} + 2h \right) \Psi_u(u, h) + 2uh\Psi_h(u, h) - h\Phi(u, h) + u\Psi(u, h);$$

$$\Phi'(u, h) = u\Phi_u(u, h) + 2h\Phi_h(u, h) + \Phi(u, h), \quad \Psi'(u, h) = u\Psi_u(u, h) + 2h\Psi_h(u, h); \quad (20)$$

$$\Phi'(u, h) = \Phi_u(u, h), \quad \Psi'(u, h) = \Psi_u(u, h). \quad (21)$$

Ввиду линейности системы (5) любая линейная комбинация решений этой системы является ее решением.

4. Точные решения системы (5).

Для классификации инвариантных и частично инвариантных решений системы (5) строится оптимальная система неподобных подалгебр алгебры Ли с базисом (14). Оператор X_4 – ее центр. Каждой подалгебре из этой оптимальной системы подалгебр соответствует порождаемая ею подгруппа основной группы системы (5). В результате получается оптимальная система подгрупп основной группы этой системы. Она содержит четыре однопараметрические подгруппы, $\langle X_4 \rangle, \langle X_2 + \alpha X_4 \rangle, \langle X_3 + \beta X_4 \rangle, \langle X_1 + X_3 + \varepsilon X_4 \rangle$; шесть двухпараметрических подгрупп $\langle X_2, X_3 \rangle, \langle X_2 + \gamma X_3, X_4 \rangle, \langle X_2 + X_4, X_3 \rangle, \langle X_1, X_4 - X_2 \rangle, \langle X_1 + \delta X_3, X_4 \rangle, \langle X_2 + \sigma X_4, X_1 \rangle$ и три трехпараметрические подгруппы $\langle X_1, X_2, X_4 \rangle, \langle X_2, X_3, X_4 \rangle, \langle X_1, X_4 - X_2, X_3 \rangle$, где – произвольные вещественные постоянные.

Применение критерия инвариантности функции относительно группы Ли преобразований [5] позволяет получить в пространстве $R^4(u, h, \Phi, \Psi)$ универсальный инвариант каждой подгруппы из построенной оптимальной системы подгрупп. Найденные универсальные инварианты всех подгрупп позволяют получить простейшие представители всех существенно различных инвариантных и частично инвариантных решений системы (5). Конкретизация условия $(\Phi_u^2 - h\Phi_h^2) \neq 0$ невырожденности для некоторых полученных решений выглядит весьма громоздко и, поэтому ниже не всегда приводится. При выполнении этого условия каждое из этих решений имеет физический смысл.

Входящие во все последующие формулы величины c_k ($k=1,2,...,10$) суть произвольные вещественные постоянные.

Система (5) имеет тривиальное решение

$$\Phi = \frac{c_1}{h}, \quad \Psi = c_2, \quad (22)$$

которое при $c_1 \neq 0$ в силу (14) является невырожденным. В дальнейшем производится факторизация по этому решению. В частности, все инвариантные решения ранга 0 являются тривиальными.

4.1. Инвариантные решения ранга 1.

Получены решения, инвариантные относительно подгрупп $\langle X_2 + \alpha X_4 \rangle, \langle X_3 + \beta X_4 \rangle$.

Решение, инвариантное относительно подгруппы

$\langle X_2 + \alpha X_4 \rangle$ – это автомодельное решение, имеющее вид

$$\Phi = u^{\alpha-1} F(\xi), \quad \Psi = u^\alpha G(\xi), \quad \xi = \frac{u^2}{4h}.$$

Подстановка в систему (5) дает факторсистему

$$(\alpha-1)F(\xi) + 2\xi F'(\xi) - 4\xi^2 G'(\xi) = 0, \quad F(\xi) + \alpha G(\xi) + \xi(2G'(\xi) - F'(\xi)) = 0,$$

которая сводится к уравнению Хейна. После замены $F(\xi) = \xi^{\frac{1-\alpha}{2}} Q(\xi)$ оно приводится к гипергеометрическому уравнению Гаусса, решение которого выражается через гипергеометрическую функцию $F(a, b; c; \xi)$. В результате инвариантное $\langle X_2 + \alpha X_4 \rangle$ – решение при определяется по формулам

$$\begin{aligned} \Phi &= h^{\frac{\alpha-1}{2}} \left(2c_3 F\left(\lambda, \lambda-1; \frac{1}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) + c_4 \frac{u}{\sqrt{h}} F\left(\mu, \mu-1; \frac{3}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) \right), \\ \Psi &= h^{\frac{\alpha}{2}} \left(c_3 \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \frac{u}{\sqrt{h}} \left((\alpha-1) \left(\frac{u^2}{4h} - 4 \right) F\left(\lambda, \lambda+1; \frac{3}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) - F\left(\lambda, \lambda-1; \frac{1}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2c_4 \left(\frac{(\alpha-2)u^2}{12h} \left(\frac{u^2}{4h} - 4 \right) F\left(\mu, \mu+1; \frac{5}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) - \left(\frac{u^2}{4h} + \frac{4}{\alpha} \right) F\left(\mu, \mu-1; \frac{3}{2}; \frac{u^2}{4h}\right) \right) \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь $\lambda = \frac{1}{2}(1-\alpha)$, $\mu = \frac{1}{2}(2-\alpha)$. При $\alpha = 2k+1$ ($k=0,1,2,\dots$), и при $c_3 = 0$, $\alpha = 2k$ ($k=0,1,2,\dots$) задаваемое формулами (23) решение выражается через элементарные функции, и по формулам (13) определяется решение системы (3). Например, при $c_4 = 0$, $\alpha = 0$ это решение неявно задается системой уравнений

$$t = 2(h + u^2), \quad t^2(t - 2u^2) = 2\left(\frac{2}{3}u(17u^2 - 8t) - x\right)^2.$$

Из условия невырожденности этого решения следует, что на плоскости $R^2(t, x)$ область течения не должна содержать точки кривой $(x + \frac{15}{4}t)^2 = \frac{3}{2}t^{\frac{5}{2}}(t - \frac{1}{2})$, что заведомо выполняется при $t \in [0, \frac{1}{2}]$.

Инвариантное $\langle X_3 + \beta X_4 \rangle$ – решение имеет вид

$$\Phi = \exp(\beta u) F(h), \quad \Psi = \exp(\beta u) G(h).$$

Подстановка в систему (5) дает факторсистему

$$\beta F(h) + G'(h) = 0, \quad F(h) + \beta G(h) + hF'(h) = 0,$$

общее решение которой выражается через функцию Бесселя $J_n(\xi)$ и функцию Неймана $Y_n(\xi)$. Искомое решение определяется по формулам

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{1}{\sqrt{h}} \exp(\beta u) \left(c_5 J_1(2\beta\sqrt{h}) + c_6 Y_1(2\beta\sqrt{h}) \right), \\ \Psi &= \exp(\beta u) \left(-c_5 J_0(2\beta\sqrt{h}) + c_6 Y_0(2\beta\sqrt{h}) \right).\end{aligned}\quad (24)$$

4.2. Частично инвариантные решения ранга 0 дефекта 1.

Частично инвариантные H -решения ранга 0 дефекта 1 системы (5) суть, решения для подгрупп $H \in \{\langle X_1, X_2, X_4 \rangle, \langle X_1, X_4 - X_2, X_3 \rangle, \langle X_2, X_3, X_4 \rangle\}$. Нетривиальным является только $\langle X_1, X_4 - X_2, X_3 \rangle$ -решение. Его орбита такова:

$$\Phi = \frac{\sqrt{c_7 + h\Psi^2}}{h}. \quad (25)$$

Результатом подстановки (25) в (5) является система уравнений

$$\frac{\Psi}{\sqrt{c_7 + h\Psi^2}} \Psi_u + \Psi_h = 0, \quad \Psi_u + \frac{h\Psi}{\sqrt{c_7 + h\Psi^2}} \Psi_h = -\frac{\Psi^2}{2\sqrt{c_7 + h\Psi^2}}. \quad (26)$$

Если $c_7 = 0$, то система (26) имеет только нулевое решение $\Phi = \Psi = 0$.

Если $c_7 \neq 0$, то из (26) следует

$$\Psi_u = -\frac{\Psi^2 \sqrt{c_7 + h\Psi^2}}{2c_7}, \quad \Psi_h = \frac{\Psi^3}{2c_7}. \quad (27)$$

Условие совместности для системы (27) выполнено тождественно. По теореме о редукции [5] из (27) и (5) следует, что решение (25) редуцируется к инвариантному решению. Интегрирование совместной системы (27) и применение формулы (25) дает

$$\Psi = \frac{2\sqrt{c_7}}{\sqrt{(u+c_8)^2 - 4h}}, \quad \Phi = \frac{(u+c_8)\sqrt{c_7}}{h\sqrt{(u+c_8)^2 - 4h}}. \quad (28)$$

Соответствующее решение системы (3) определяется следующим образом: скорость $u = u(t, x)$ является корнем алгебраического уравнения

$$3t^3 u^4 + t^2(4c_8 t - 7x)u^3 + t(7x^2 - 10c_8 t x + c_8^2 t^2)u^2 + 2(c_8 t x(4x - c_8 t) - x^3)u + c_8 x^2(t - 2x) - 4c_7 t = 0,$$

а превышение свободной поверхности над дном определяется по формуле

$$h = \frac{(u+c_8)(x-tu)}{2t}.$$

Условие невырожденности этого решения:

$$(u + c_8) \left((x - tu)^3 - t(u + c_8)(t(u + c_8) - 3(x - tu))^2 \right) \neq 0.$$

4.3. Частично инвариантные решения ранга 1 дефекта 1.

Рассматриваются частично инвариантные H -решения системы (5) для подгрупп $H \in \{ \langle X_2, X_3 \rangle, \langle X_2 + \gamma X_3, X_4 \rangle, \langle X_2 + X_4, X_3 \rangle \}$ и простая волна для однородной системы, эквивалентной системе (5).

- Уравнение наименьшего инвариантного многообразия, содержащего частично инвариантное $\langle X_2, X_3 \rangle$ -решение имеет вид

$$\Psi = f(\lambda), \quad \lambda = h\Phi^2. \quad (29)$$

Подстановка (29) в систему (5) дает

$$\Phi_u + 2hf'(\lambda)\Phi_h = -\Phi^2 f'(\lambda), \quad 2hf'(\lambda)\Phi_u + h\Phi_h = -\Phi. \quad (30)$$

Если $f'(\lambda) = \pm\sqrt{\lambda}$, то определитель линейной системы (30) равен нулю, а соответствующее решение системы (5) есть $\Phi = 0$, $\Psi = c_1$.

Если $f'(\lambda) \neq \pm\sqrt{\lambda}$, то из системы (30) следует

$$\Phi_u = \frac{f'\Phi^2}{4hf'^2\Phi^2 - 1}, \quad \Phi_h = -\frac{(2hf'^2\Phi^2 - 1)\Phi}{h(4hf'^2\Phi^2 - 1)}. \quad (31)$$

Условием совместности для (31) является равенство $\lambda f'' - 2\lambda f'^3 + f' = 0$, из которого следует, что

$$f(\lambda) = c_9 \arctg \frac{\lambda - 2c_9^2}{\sqrt{4c_9^2\lambda - \lambda^2}} + c_{10}. \quad (32)$$

Из (31), (32) и (5) в силу теоремы о редукции [5] следует, что решение (29) редуцируется к инвариантному решению. При этом функция ψ такова:

$$\Psi = c_9 \arctg \frac{h\Phi^2 - 2c_9^2}{\Phi \sqrt{4c_9^2h - h^2\Phi^2}} + c_{10}, \quad (33)$$

а функция Φ определяется из вполне интегрируемой системы (31).

- Орбита частично инвариантного $\langle X_2 + \gamma X_3, X_4 \rangle$ -решения такова

$$\Phi = \frac{\Psi}{u + \gamma} f(\lambda), \quad \lambda = \frac{(u + \gamma)^2}{h}. \quad (34)$$

Подстановка (34) в (5) дает

$$\begin{aligned} f(\lambda)\Psi_u + (u+\gamma)\Psi_h &= \left(\frac{f(\lambda)}{u+\gamma} - \frac{2(u+\gamma)f'(\lambda)}{h} \right) \Psi, \\ (u+\gamma)\Psi_u + hf(\lambda)\Psi_h &= \left(\frac{(u+\gamma)^2 f'(\lambda)}{h} - f(\lambda) \right) \Psi. \end{aligned} \quad (35)$$

При $f(\lambda) = \pm\sqrt{\lambda}$ решение имеет вид $\Phi = \Psi = 0$. При $f(\lambda) \neq \pm\sqrt{\lambda}$ из (35) следует

$$\begin{aligned} \Psi_u &= \frac{h(u+\gamma)^2 f(\lambda) + h^2 f^2(\lambda) - (u+\gamma)^2 f'(\lambda) - 2h(u+\gamma)^2 f(\lambda)f'(\lambda)}{h(u+\gamma)(hf^2(\lambda) - (u+\gamma)^2)} \Psi, \\ \Psi_h &= -\frac{hf(\lambda) + hf^2(\lambda) - 2(u+\gamma)^2 f'(\lambda) - (u+\gamma)^2 f(\lambda)f'(\lambda)}{h(hf^2(\lambda) - (u+\gamma)^2)} \Psi. \end{aligned} \quad (36)$$

Система (36) совместна, только если является решением уравнения

$$\begin{aligned} \lambda \left(\lambda(\lambda-4) - 4f^3(f^2-\lambda)^2 \right) f'' - 2\lambda(\lambda-4)(f^2-\lambda)^2 f'^2 + 2\lambda f' + \\ + (f^2-\lambda)^2 (3f^2(\lambda-2) - 2\lambda) f f' + (f^2-\lambda)^2 (-f^4 + (\lambda^2+1)f^3 + 2f) = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Из (36), (37) и (5) в силу теоремы о редукции [5] следует, что решение (34) редуцируется к инвариантному решению. При этом функция ψ определяется из вполне интегрируемой системы (36), а функция Φ – по формуле (34). При этом функция $f(\lambda)$ является решением уравнения (37).

— Орбита частично инвариантного $\langle X_2 + X_4, X_3 \rangle$ -решения есть

$$\Phi = f(\lambda), \quad \lambda = \frac{\Psi^2}{h}. \quad (38)$$

Из системы (5) после подстановки (38) следует

$$2\Psi f'(\lambda)\Psi_u + h\Psi_h = 0, \quad \Psi_u + 2\Psi f'(\lambda)\Psi_h = f'(\lambda)\frac{\Psi^2}{h} - f(\lambda). \quad (39)$$

Решение системы (39) при $f(\lambda) = \pm\sqrt{\lambda}$ имеет вид $\Phi = \Psi = 0$. При $f(\lambda) \neq \pm\sqrt{\lambda}$ из (39) следует

$$\Psi_u = \frac{hf(\lambda) - f'(\lambda)\Psi^2}{4f'^2(\lambda)\Psi^2 - h}, \quad \Psi_h = -\frac{2f'(\lambda)(hf - f'(\lambda)\Psi^2)\Psi}{h(4f'^2(\lambda)\Psi^2 - h)} \quad (40)$$

Система (40) совместна тогда и только тогда, когда функция является решением уравнения

$$(4\lambda f^2(\lambda) - \lambda^2) f''(\lambda) - 2\lambda^2 f'^3(\lambda) + 2f^2(\lambda) f'(\lambda) = 0. \quad (41)$$

Из (40), (41) и (5) в силу теоремы о редукции [5] следует, что решение (38) редуцируется к инвариантному решению, для которого Ψ определяется из вполне интегрируемой системы (40), а функция Φ – по формуле (38). При этом функция $f(\lambda)$ является решением уравнения (41).

4.4. Простая волна.

С помощью новой неизвестной функции $\Theta = h\Phi$ система (5) записывается в виде однородной системы

$$\Theta_u + h\Psi_h = 0, \quad \Psi_u + \Theta_h = 0. \quad (42)$$

Параметрическое представление простой волны для системы (42) имеет вид:

$$\Theta = \Theta(\lambda), \quad \Psi = \Psi(\lambda), \quad (43)$$

где $\lambda = \lambda(u, h)$ – параметр простой волны. Подстановка (43) в (42) дает систему уравнений, связывающую искомые функции (43) и искомый параметр λ :

$$\Theta' \lambda_u + h\Psi' \lambda_h = 0, \quad \Psi' \lambda_u + \Theta' \lambda_h = 0, \quad (44)$$

в которых штрих обозначает производную по параметру λ . Условие существования нетривиального решения полученной линейной алгебраической системы (44) с неизвестными λ_u, λ_h имеет вид $\Theta'^2 - h\Psi'^2 = 0$.

Отсюда следует уравнение простой волны

$$\Theta' = \pm \sqrt{h} \Psi', \quad (45)$$

где ψ – любая гладкая функция переменной λ , отличная от постоянной.

Из системы (44) в силу (45) следует, что параметр простой волны определяется по формуле $\lambda = u \mp 2\sqrt{h}$.

Соответствующее решение системы (5) имеет вид

$$\Phi = \frac{1}{h} \Theta(u \mp 2\sqrt{h}), \quad \Psi = \Psi(u \mp 2\sqrt{h}), \quad (46)$$

где ψ – любая гладкая функция, а Θ определяется уравнением (45). Полученная простая волна для системы (42) является невырожденным решением системы (5), поскольку для этой простой волны $\frac{\partial(\Phi, \Psi)}{\partial(u, h)} = h^{-1} \Phi \Psi_u \neq 0$.

4. Семейство невырожденных решений.

Получены точные решения (22); (23); (24); (28); (31)–(33); (34), (36), (37); (38), (40), (41); (45), (46), $(\Phi_u^2 - h\Phi_h^2) \neq 0$ системы (5), которые при условии являются простейшими представителями существенно различных (не связанных обратимыми точечными преобразованиями) невырожденных точных решений этой системы. Они зависят от тринадцати произвольных вещественных постоянных $\alpha, \beta, \gamma, c_1, c_2, \dots, c_{10}$, а решение, заданное формулами (45), (46), имеет функциональный произвол. Применение к этим решениям формул (15)–(18) производства решений системы (5), зависящих от четырех произвольных вещественных постоянных b_1, b_2, b_3, b_4 ($b_2 b_4 \neq 0$), дает бесконечное множество существенно различных невырожденных точных решений этой системы, зависящее от семнадцати произвольных постоянных и одной произвольной функции. Применение к этим решениям инфинитезимальных формул производства решений (19)–(21) расширяет это множество точных решений. Линейная оболочка этого множества образует бесконечномерное векторное пространство V невырожденных точных решений системы (5).

Формулы (13) представления общего невырожденного решения системы (3) уравнений мелкой воды, описывающей распространение поверхностных волн над горизонтальным дном, порождают при (Φ, Ψ) , пробегających пространство V , бесконечное множество невырожденных точных решений этой системы. Применение к этим решениям формул (6), (7) производства решений дает дополнительные невырожденные точные решения системы (3).

Применение формул (2) к полученному бесконечному множеству невырожденных точных решений системы (3) дает бесконечное множество невырожденных точных решений системы (1) уравнений мелкой воды, описывающей распространение поверхностных волн над наклонным дном. Применение к этим решениям формул (8)–(12) производства решений дает дополнительные невырожденные точные решения системы (1).

5. Вырожденные решения системы (3). Система (3) имеет тривиальное вырожденное решение: $u = \text{const}, h = \text{const}$. Множество нетривиальных вырожденных решений системы (3) исчерпывается следующими решениями:

1) $h = 0$, а скорость u определяется неявно уравнением

$$f(u, x - tu) = 0, \quad (47)$$

2) $h = \left(\frac{u}{2} + c\right)$, а скорость u определяется неявно уравнением

$$f\left(u, x - t\left(\frac{3u}{2} + c\right)\right) = 0, \quad (48)$$

где c – произвольная вещественная постоянная, а f – произвольная гладкая не постоянная функция.

6. Вырожденные решения системы (1) при $k \neq 0$.

Система (1) при $k \neq 0$ имеет тривиальное вырожденное решение $k \neq 0$. Отличное от него нетривиальное вырожденное решение системы (1) имеет вид $v = 0$, $\eta = \text{const}$

$$\eta = F(v). \quad (49)$$

Подстановка (49) в (1) дает

$$v_\tau + (v + F')v_y = 0, \quad \left((F')^2 - F - kv \right) v_y = kv. \quad (50)$$

Условием совместности системы (50) является равенство, из которого следует, что функция $vF'' + kF' + (k+1)v = 0$ имеет вид F :

$$\text{при } k \neq \pm 1; 0: \quad F = -\frac{1}{2}v^2 + c_1v^{1-k} + c_2, \quad (51)$$

$$\text{при } k = 1: \quad F = -\frac{1}{2}v^2 + c_1 \ln v + c_2, \quad (52)$$

$$\text{при } k = -1: \quad F = c_1v^2 + c_2, \quad (53)$$

где c_1, c_2 — произвольные вещественные постоянные.

Подстановка (51)–(53) в систему (50) и интегрирование полученных уравнений дает уравнения, которые определяют неявно параметрическую функцию v :

$$\text{при } k \neq \pm 1; 1/2; 2: \quad c_1 \left((k-1)\tau v^{1-k} + \frac{2k-3}{k(k-2)}v^{2-k} + \frac{c_1(k-1)^2}{k(2k-1)}v^{1-2k} \right) + c_2 \frac{v}{k} + yv = c_3, \quad (54)$$

$$\text{при } k = 1: \quad c_1 \left(v \ln v + v + \frac{c_1}{v} - \tau \right) + c_2 v - \frac{v^3}{2} + yv = c_3, \quad (55)$$

$$\text{при } k = 2: \quad c_1 \left(\frac{\tau}{v} - \frac{1}{2} \ln v + \frac{c_1}{6} v^{-3} \right) + c_2 \frac{v}{2} + yv = c_3, \quad (56)$$

$$\text{при } k = 1/2: \quad c_1 \left(\frac{4}{3} v \sqrt{v} - \frac{1}{2} \tau \sqrt{v} - \frac{c_1}{2} \ln v \right) + 2c_2 v + yv = c_3, \quad (57)$$

$$\text{при } k = -1: \quad v = v(y), \quad c_1 = -\frac{1}{2}, \quad \frac{v^3}{2} + (y - c_2)v + c_3 = 0, \quad (58)$$

где C_3 — произвольная вещественная постоянная.

Таким образом, для нетривиальных вырожденных решений системы (1) при $k \neq 0$ превышение свободной поверхности над дном определяется по формулам (49), (51)–(53), а скорость распространения поверхностных волн определяется неявно уравнениями (54)–(58).

Выводы

Для нелинейных уравнений, описывающих в рамках одномерной модели мелкой воды распространение поверхностных волн над прямолинейным дном, получены точные решения: невырожденные и вырожденные. Полученные решения могут быть использованы при исследовании наката волн на берег, а также при исследовании распространения жидкости в каналах.

Библиографический список

1. Stoker J.J. Water Waves: The Mathematical Theory with Applications / John Wiley and Sons, New York, 1958 (reprinted in 1992).
2. Whitham G.B. Linear and nonlinear waves. New York: John Wiley & Sons. 1974. 622 p.
3. Didenkulova I., Pelinovsky E. // Rogue waves in nonlinear hyperbolic systems (shallow-water framework). 2011. Nonlinearity. V. R1–R18.
4. Верисокин А.Е. Зиновьева Л.М. Особенности технологии промывки и освоения горизонтальных скважин после селективного гидроразрыва пласта на месторождениях Западной Сибири // Наука. Инновации. Технологии. Научный журнал СКФУ. Ставрополь, 2015. Вып. 3. С. 79–90.
5. Чиркунов Ю.А., Хабиров С.В. Элементы симметричного анализа дифференциальных уравнений механики сплошной среды. Новосибирск: НГТУ, 2012. 659 с.

References

1. Stoker J.J. Water Waves: The Mathematical Theory with Applications / John Wiley and Sons. New York, 1958 (reprinted in 1992).
2. Whitham G.B. Linear and nonlinear waves. New York: John Wiley & Sons. 1974. 622 p.
3. Didenkulova I., Pelinovsky E. // Rogue waves in nonlinear hyperbolic systems (shallow-water framework). 2011. Nonlinearity. V. R1–R18.
4. Verisokin A.E., Zinovieva L.M. Osobennosti tehnologii promyvki i osvoenia gorizontalnykh skvazhin posle selectivnogo gidrorazryva plasta na mestorozhdeniyah Zapadnoy Sibiri (Features of technology of washing and development of horizontal wells after selective hydraulic fracturing of layer on fields of Western Siberia) J.: Science. Innovations. Technologies. 2015. No 3. P. 79–90.
5. Chirkunov Yu. A., Khabirov S. V. Elementy simmetriynogo analiza differentsialnykh uravneniy mehaniki sploshnoi sredy (Elements of symmetry analysis of differential equations of continuum mechanics). Novosibirsk: NGTU. 2012. 659 p.

УДК 519.6:551.511.61

**Шаповалов А.В. [Shapovalov A.V.],
Шаповалов В.А. [Shapovalov V.A.],
Рязанов В.И. [Ryazanov, V.I.]****МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСЕЙ
В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ ПРИ РАБОТЕ
РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ****A mathematical model of aerosol distribution
in the near zone when working rocket engines**

В статье рассматриваются вопросы математического моделирования распространения в ближней зоне примесей, образующихся в результате ракетно-космической деятельности. Разработана трехмерная численная модель распространения примесей от кратковременного источника. Учет метеорологических параметров позволяет более детально исследовать загрязнение воздуха в локальной области от работы ракетных двигателей. Проведен численный анализ распространения вредных примесей в районе пусков ракетноносителей. Получены трехмерные данные по концентрации загрязняющих веществ в воздухе в различные моменты времени.

In the article the questions of mathematical modeling of propagation in the near zone of impurities, formed in the result of rocket and space activities. Developed three-dimensional numerical model of distribution of impurities from the transient source. An inventory of meteorological parameters allows a more detailed study air pollution in the local area from the operation of rocket engines. Numerical analysis of distribution of contaminants in the area of launch vehicles. The obtained three-dimensional data, concentration of pollutants in the air in different points in time.

Ключевые слова: математическое моделирование, трехмерная модель, численные методы, распределенные параметры, распространение примесей

Key words: mathematical modeling, three-dimensional model, numerical methods, distributed parameters, propagation of impurities.

Введение

Влияние на окружающую среду в результате ракетно-космической деятельности возрастает, это объясняется развитием космической отрасли, увеличением числа пусков ракетноносителей, возрастающей мощностью ракетных двигателей. В этой связи имеет большое значение совершенствование методов оценки загрязнения воздуха, проведение расчетов с различными исходными данными и метеорологическими условиями для анализа концентрации примесей, разработка предложений по снижению уровня загрязнения окружающей среды [4]. На этапе создания и эксплуатации ракетноносителей возникают риски связанные не только с пусками, но и аварийными ситуациями во время изготовления и хранения ракетного топлива (утечка и испарение токсичных компонент, их горение и взрывы), аварийными ситу-

ациями во время испытаний, потерями и выбросами на всех этапах подготовки и штатной эксплуатации [5, 7, 9].

В ракетно-космической деятельности многие вопросы загрязнения воздуха при испытаниях и пусках ракетных двигателей, исследованы не достаточно [9, 11]. Остаются актуальными многие вопросы диффузии атмосферных примесей, в частности:

- моделирование, анализ и прогнозирование загрязнения атмосферы с учетом локальных условий распространения;
- изучение распространения примесей в сложных условиях, переноса примесей на дальние расстояния;
- исследование трансформации примесей, самоочищения атмосферы, взаимосвязи загрязнения воздуха и других объектов окружающей среды.

Возможности использования численного моделирования, как одного из эффективных инструментов исследования распространения примесей, расширяются. Это связано с развитием моделей и вычислительных средств. Ведется разработка моделей атмосферной диффузии примесей для исследования проблем их распространения, осаждения и вымывания.

Проблема математического моделирования распространения загрязняющих веществ в атмосфере и некоторые вопросы связанные с ней достаточно подробно рассмотрены в работах [1–4, 8]. Вместе с тем, эта проблема требует дальнейшего развития, в частности, для регионов с широким спектром метеорологических условий, для специфических источников примесей. Процесс подъема и опускания облака продуктов сгорания, образующегося при работе ракетного двигателя требует детального учета динамических, термогидродинамических, химических и микрофизических процессов протекающих в облаке (образование капель жидкости, выпадение твердой и жидкой фаз из облака) [6, 7, 10, 11].

В данной работе представлена разработанная авторами математическая модель распространения примесей в локальной области с учетом фактических (также и прогнозных значений) полей метеорологических параметров и результаты расчетов на ее основе.

Материалы и методы

Математическая модель включает систему уравнений гидротермодинамики для описания региональных атмосферных процессов, аналогичную представленной в [1].

Перенос многокомпонентных газовых примесей рассчитывается с учетом микрофизических процессов вымывания осадками и туманами.

Основные уравнения для скорости измерения концентрации многокомпонентных газовых примесей и аэрозолей записываются в следующем виде [1]:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial C_i}{\partial x_j} = F_i^{gas} - P_i^{nucl} - P_i^{cond} + P_i^{phot} + \frac{\partial}{\partial x_j} K_{jj} \frac{\partial C_i}{\partial x_j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial t} + (u_j - \delta_{j3} w_g) \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_j} = F_k^{aer} + P_k^{nucl} + P_k^{cond} + P_k^{phot} + \frac{\partial}{\partial x_j} K_{jj} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_j}. \quad (2)$$

Здесь $j = \overline{1,3}$ ($u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$), ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$); C_i , $i = 1, \dots, N_g$, φ_k , $k = 1, \dots, N_a$ – концентрация газовых примесей и аэрозолей; N_g , N_a – числа газовых компонент и аэрозольных фракций, соответственно; (u, v, w) – компоненты вектора скорости ветра в направлении x, y, z , соответственно; w_g – скорость гравитационного оседания; F^{gas} и F^{aer} – источники газовых примесей и аэрозолей; P^{nucl} , P^{cond} , P^{coag} и P^{phot} – нелинейные операторы нуклеации, конденсации, коагуляции и фотохимической трансформации [1].

Уравнения (1)–(2) рассматриваются в области

$$D_t = D \times [(0, T)], \quad D = \{(x, y, z); x \in [-X, X], y \in [-Y, Y], z \in [z_0, H]\}, \quad (3)$$

где H – верхняя граница области интегрирования. Начальные условия задаются в виде:

$$C_i(x, y, z) = C_i^0(x, y, z); \varphi_k(x, y, z) = \varphi_k^0(x, y, z), \quad \text{при } t = 0. \quad (4)$$

На боковых границах области задаются следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} \varphi_i|_{\Omega} &= \varphi_i^b, \text{ есть } u_n < 0, \\ \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} \Big|_{\Omega} &= 0, \text{ есть } u_n \geq 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где Ω – боковая поверхность,
 n – внешняя нормаль к Ω ,
 u_n – нормальная компонента вектора скорости [1].

Уравнение турбулентной диффузии (1)–(5) решается методом покомпонентного расщепления [8].

Выполненные авторами тестовые расчеты показали высокую точность расчетных схем, используемых в модели.

Для получения прогностических полей метеорологических параметров применялись данные аэрологического зондирования атмосферы или данные

расчетов (например, Global Forecast System [12]). При наличии доплеровского метеорологического радиолокатора (ДМРЛ-С, производства Лианозовского завода, г. Москва), реальные параметры облаков и воздушных потоков в локальной области задаются по данным радиолокатора.

Удаление микропримесей газов из воздуха осуществляется за счет различных механизмов. В частности, они включают абсорбцию и осаждение на поверхность земли, самоочищение в процессах образования облаков и туманов, вымывание осадками и т.д. [1, 4].

Исходной информацией для инициализации модели является метеорологическая информация и данные о характеристиках источника. Для расчета влажного вымывания примесей атмосферными осадками в модели используются данные по осадкам, измеренные радиолокационным методом или гидрометеорологическими службами. Данные об интенсивности осадков позволяют рассчитывать поток примесей на поверхность земли в результате вымывания.

Для анализа метеорологических параметров и концентрации загрязняющих веществ авторами разработан программный модуль трехмерного представления данных на основе современных графических программных библиотек [10]. Модуль предназначен для визуализации трехмерных наборов данных в узлах сетки, полученных в модели. Программа позволяет строить изоповерхности, изолинии в выбранной плоскости, сечения, объемные представления данных в трехмерной сетке и т.д. Она обеспечивает вращение объекта в трехмерном пространстве. Позволяет анимировать распределение изучаемого параметра, рассчитанные для нескольких последовательных моментов времени. В программе реализованы функции изображения вектора скорости и направления воздушных потоков, изменение прозрачности объектов и другое. Применение средств визуализации данных в трехмерном виде обеспечивает более адекватную интерпретацию результатов расчетов с научной точки зрения.

Результаты и их обсуждение

На основе построенной модели проведены расчеты при различных метеорологических параметрах. В серии численных экспериментов использовалась область, представляющая собой прямоугольный пространственный параллелепипед со сторонами $8 \times 8 \times 8$ км. Шаг сетки по осям координат составлял $dx = dy = dz = 100$ м. Ось Y направлена на север, ось X – на восток, Z – по вертикали. В области заданы температура, давление, влажность, скорости воздушных потоков, коэффициенты турбулентной диффузии. Максимальное значение $K_x = K_y = K_z = 300 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$.

Моделировался кратковременный источник, в результате действия которого в приземном слое образуется облако примеси, далее оно переносит-

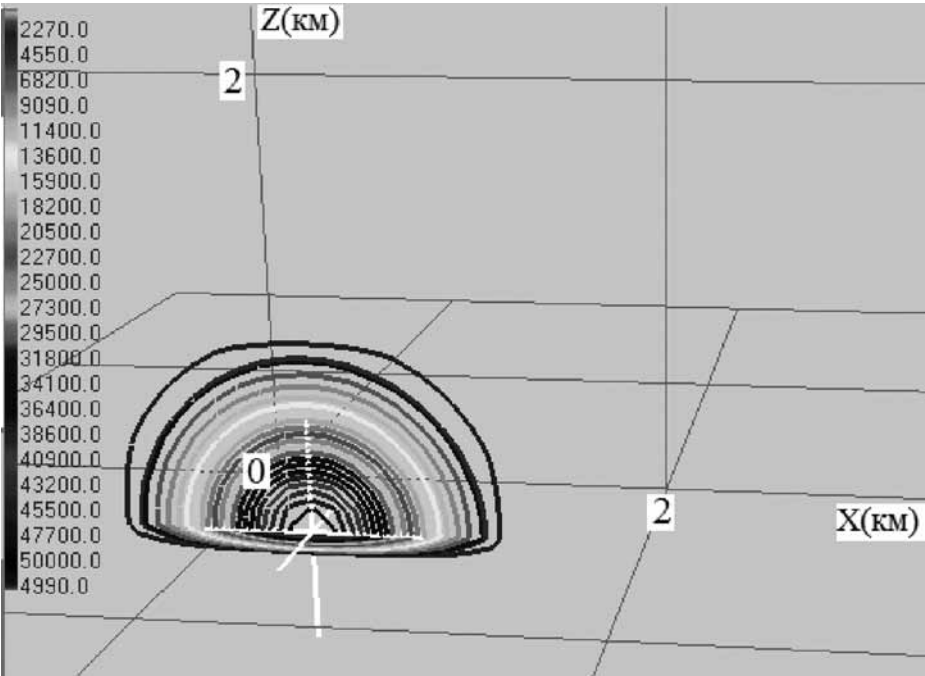


Рис. 1. Изолинии концентрации примеси в начальный момент времени.

ся воздушными потоками и происходит разбавление концентрации вследствие турбулентной диффузии. Наземный источник газообразной примеси в начальный момент времени приведен на рис. 1, максимальная концентрация составляет $5,0 \cdot 10^4 \text{ м}^{-3}$ в центре облачка. Изолинии концентрации примеси изображены различными цветами, шкала соответствия цвета и концентрации приведена на рис. 1 слева.

Изолинии концентрации примеси через 120 с приведены на рис. 2. Имеет место подъем облака примеси над поверхностью земли. Изоповерхность в центре на рис. 2 име-

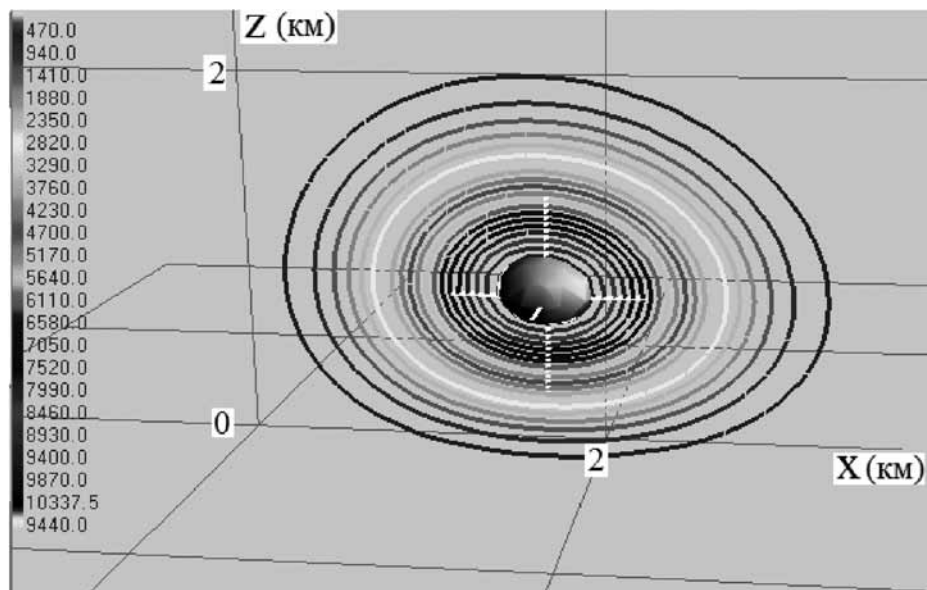


Рис. 2. Изолинии концентрации примеси в момент времени $t = 120$ с.

ет значение $9,44 \cdot 10^3 \text{ м}^{-3}$, максимальная концентрация составляет $1,04 \cdot 10^4 \text{ м}^{-3}$. Превышение температуры источника по сравнению с окружающим воздухом, приводит к вертикальному подъему облака примесей и снижению их действия на приземный слой атмосферы.

Работа жидкостного ракетного двигателя сопровождается загрязнением окружающей среды продуктами полного и неполного сгорания топлива. В общем случае они состоят из CO , NO_x , OH и др. Состав продуктов сгорания при работе жидкостного ракетного двигателя определяется

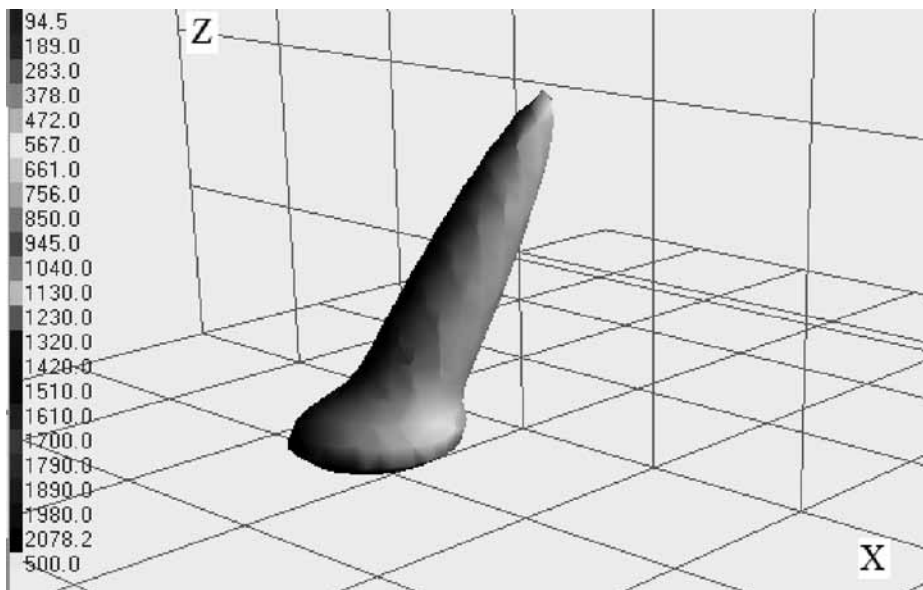


Рис. 3. Изоповерхность концентрации примеси $C = 500 \text{ м}^3$ в момент времени $t = 180 \text{ с}$. Шаг вспомогательной сетки на рисунке составляет $2 \times 2 \text{ км}$.

коэффициентом соотношения компонентов топлива, температурой сгорания, процессами диссоциации и рекомбинации молекул. Количество продуктов сгорания зависит от мощности (тяги) двигательных установок [9, 11].

Остановимся на некоторых результатах численного моделирования рассеивания и переноса загрязняющих веществ при испытаниях ракетополетов в атмосфере с вертикальным сдвигом ветра (изменение скорости ветра с высотой). Вертикальное распределение термодинамических параметров атмосферы было построено по данным аэрологи-

ческого зондирования. Распространение и перенос вредных веществ изучались для совместного объемного и линейного источников, имитирующих старт и полет ракетносителя. В этой серии численных экспериментов использовалась область $16 \times 16 \times 16$ км, шаг сетки составлял $dx = dy = dz = 200$ м.

В расчетах использовались модельные характеристики источника, максимальная концентрация примеси составляла 10^4 мг·м⁻³. Пример расчета распространения легкой примеси представлен на рис. 3, на котором приведена изоповерхность концентрации примеси $C = 500$ м⁻³ в момент времени $t = 180$ с. Наклон шлейфа газовых выбросов обусловлен сдвигом ветра по высоте в атмосфере, который составлял в данном численном эксперименте 2 м·с⁻¹ на 1 км по вертикали.

Таким образом, представленная модель позволяет по реальным и модельным данным полей ветра и турбулентности в атмосфере рассчитывать распространение примесей от различных источников.

При создании информационных систем обеспечения метеорологической и экологической безопасности жизнедеятельности людей наличие адекватной модели дает возможность количественного анализа ситуаций по загрязнению воздуха с использованием фактических значений метеорологических параметров.

Выводы

Разработана трехмерная численная модель распространения примесей в локальной области от работы ракетных двигателей с учетом фактических или прогнозных полей метеорологических параметров. Разработаны алгоритмы и программные модули реализации модели на ЭВМ.

Проведен численный анализ распространения вредных примесей в ближней зоне в районе космодрома от кратковременных источников в виде двигателей ракетносителей, при различных метеорологических параметрах, в том числе, при сдвиге ветра в атмосфере.

Получено, что при значениях коэффициента турбулентной диффузии 300 м²·с⁻¹ расширение облака примеси происходит достаточно быстро: максимум концентрации за 2 мин уменьшился в 5 раз.

Предложенная в работе модель и методы могут применяться в дальнейших прикладных исследованиях по изучению метеорологических аспектов распространения загрязняющих веществ в приземном слое, в физике облаков для исследования распространения и вымывания аэрозолей, для разработки научно-обоснованного прогноза по концентрации загрязняющих веществ при испытаниях и пусках ракетных двигателей.

Библиографический список

1. Алоян А.Е., Пененко В.В., Козодеров В.В. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды // в кн. Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования. Т. 2. Математическое моделирование. М.: Наука, 2005. С. 279–351.
2. Аргучинцев В.К., Аргучинцева А.В. Моделирование мезомасштабных гидротермодинамических процессов и переноса антропогенных примесей в атмосфере и гидросфере региона озера Байкал – Иркутск: Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2007. 255 с
3. Архипов В.А., Березиков А.П., Шереметьева У.М. и др. Моделирование распространения аэрозольного облака при выбросе жидких ракетных топлив в атмосферу // Оптика атмосферы и океана, 2004. Т. 17, №5–6. С. 488–493.
4. Берлянд М.Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1985. 265 с.
5. Васянина А.Ю., Тонких А.А., Антоновский Т.Н., Швецова Д.С., Чижевская М.В., Назаров В.П. Влияние продуктов сгорания жидкого и твердого ракетного топлива на окружающую среду // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2014. №10 С. 211–212.
6. Климова Е.Г., Мороков Ю.Н. и др. Математическая оценка зон загрязнения поверхности земли ракетным топливом при падении отделяющихся частей ракет-носителей // Оптика атмосферы и океана, 2005. Т. 18, № 5, 6. С. 525–529.
7. Ключников В.Ю. и др. Оценка воздействия космического ракетного комплекса «Рокот» на окружающую природную среду - КБТМ, ГКНПЦ им. М.В. Хруничева, 1998. 637 с.
8. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме охраны окружающей среды. М.: Наука, 1982. 190 с.
9. Тимнат И.Н. Ракетные двигатели на химическом топливе, 6–е изд., перераб. и доп. М: Дрофа, 2005. 528 с.
10. Шаповалов А.В. Трехмерная визуализация геофизической информации для решения прикладных задач / А.В. Шаповалов, В.А. Шаповалов // Наука. Инновации. Технологии. №1(5). 2014. С. 65–73.
11. Экологические проблемы и риски воздействий ракетно-космической техники на окружающую природную среду: Справочное пособие / под общ. ред. В.В. Адушкина, С.И. Козлова, А.В. Петрова. М.: Анкил, 2000. 308 с.
12. <https://www.ncdc.noaa.gov/data-access/model-data/model-data-sets/global-forecast-system-gfs>.

References

1. Aloyan A.E., Penenko V.V., Kozoderov V.V. Matematicheskoe modelirovanie v probleme okruzhaiushchei sredy (Mathematical modeling in the environmental problem) // v kn. Sovremennye problemy vychislitelnoi matematiki i matematicheskogo modelirovaniya, t.2, Matematicheskoe modelirovanie. M.: Nauka, 2005. P. 279–351.

2. Arguchintsev V.K., Arguchintseva A.V. Modelirovanie mezomasshtabnykh gidrotermodynamicheskikh protsessov i perenosa antropogennykh primesei v atmosfere i gidrosfere regiona ozera Baikal. (Mesoscale simulation of hydrothermodynamic processes and transport of anthropogenic pollutants in the atmosphere and the hydrosphere in the region of lake Baikal) Irkutsk: Izd-vo Irkut. gos. un-ta, 2007. 255 p.
3. Arkhipov V.A., Berezikov A.P., Sheremeteva U.M. i dr. Modelirovanie rasprostraneniya aerolnogo oblaka pri vybrose zhidkikh raketnykh topliv v atmosferu (Modeling the spread of aerosol cloud with the release of liquid rocket fuels in the atmosphere) // Optika atmosfery i okeana, 2004. T. 17, №5-6. P. 488–493.
4. Berliand M.E. Prognoz i regulirovanie zagriazneniya atmosfery. (Prediction and regulation of air pollution) L.: Gidrometeoizdat, 1985. 265 p.
5. Vasianina A.Iu., Tonkikh A.A., Antonovskii T.N., Shvetsova D.S., Chizhevskaya M.V., Nazarov V.P. Vliyanie produktov sgoraniya zhidkogo i tverdogo raketnogo topliva na okruzhaiushchuyu sredu (The influence of combustion products of liquid and solid rocket fuel on the environment) // Aktualnye problemy aviatsii i kosmonavтики. 2014. №10 P. 211–212.
6. Klimova E.G., Morokov Iu.N. i dr. Matematicheskaya otsenka zon zagriazneniya poverkhnosti zemli raketnym toplivom pri padenii otdeiaushchikh-sya chastei raket-nositelei (Mathematical evaluation of contamination zones of the earth's surface rocket fuel at falling of the separated parts of carrier rockets) // Optika atmosfery i okeana, 2005. T. 18, № 5, 6. P. 525-529.
7. Kliushnikov V.Iu. i dr. Otsenka vozdeistviya kosmicheskogo raketnogo kompleksa «Rokot» na okruzhaiushchuyu prirodnyuyu sredu. (Assessment of the impact of space rocket complex "Roar" on the environment) KBTM, GKNPTs im. M.V.Khrunicheva, 1998. 637 p.
8. Marchuk G.I. Matematicheskoe modelirovanie v probleme okhrany okruzhaiushchei sredy. (Mathematical modeling in the problem of environmental protection) M.: Nauka, 1982. 190 p.
9. Timnat I.N. Raketnye dvigateli na khimicheskoe toplivo, 6–e izd., pererab. i dop. (Rocket engines on chemical fuel) M: Drofa, 2005. 528 p.
10. Shapovalov A.V., Shapovalov V.A. Trekhmernaya vizualizatsiya geofizicheskoi informatsii dlya resheniya prikladnykh zadach (Three-dimensional visualization of geophysical data for solving applied problems) // Nauka. Innovatsii. Tekhnologii. №1(5). 2014. P. 65–73.
11. Ekologicheskie problemy i riski vozdeistviya raketno-kosmicheskoi tekhniki na okruzhaiushchuyu prirodnyuyu sredu: Spravochnoe posobie (Environmental problems and risks impacts of rocket and space technology on the environment) / Pod obshch. red. V.V. Adu-shkina, S.I. Kozlova, A.V. Petrova. M.: Ankil, 2000. 308 p.
12. <https://www.ncdc.noaa.gov/data-access/model-data/model-datasets/global-forecast-system-gfs> (date of access: 05.05.2017)

УДК 624.131.23

Галай Б.Ф. [Galay B.F.],
Сербин В.В. [Serbin V.V.],
Плахтюкова В.С. [Plakhtyukova V.S.],
Галай О.Б. [Galay O.B.]

ЛЁССОВЫЕ ГРУНТЫ СЕВЕРНОГО КАВКАЗА И КРЫМА (СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ)

Loess ground Northern Caucasus and Crimea (comparative analysis)

Массовые строительства зданий и сооружений на территории Северного Кавказа и Крыма, где ведется интенсивное промышленное, гражданское, гидротехническое, ирригационное, дорожное и курортно-санаторное строительство, осложняли и будут осложнять лёссовые просадочные грунты, которые в степной их части распространены практически повсеместно, а в предгорных районах встречаются локально на равнинных, удобных для строительства участках. В работе показано генетическое единство лёссовой формации Северного Кавказа и Крыма, проведён сравнительный анализ состава и свойств просадочных грунтов, даны рекомендации крымским строителям и проектировщикам по применению новых методов борьбы с просадочностью, освоенных на Северном Кавказе. Как показала практика строительства, глубинные взрывы – единственный, безальтернативный способ полного устранения просадочности лёссовых толщ большой мощности. Несмотря на эффективность уплотнения просадочных грунтов глубинными взрывами, последние пока не нашли широкого применения в условиях Северного Кавказа, где лёссовые грунты распространены практически повсеместно, а мощность просадочной толщи достигает 55 метров. Проведенный анализ показывает возможность применения гидровзрывного уплотнения и грунтовых свай в похожих грунтовых условиях Крыма.

Mass construction of buildings, which are located in the North Caucasus and the Crimea territories, where intensive industrial, civil, hydraulic, irrigation, road and sanatorium-resort construction have been complicating in these territories by loess that are common in the steppe and are local in the flat plots of the foothill areas suitable for construction sites. The article shows the genetic unity of loess formations of the North Caucasus and the Crimea, comparative analysis of collapsible soil composition and properties was conducted, recommendations to crimean builders and designers on application of new methods of dealing with collapsibility which opened up in the North Caucasus were given. As construction practice has shown subsurface explosion is the single option method of riddance of collapsibility of the high thickness of layer. In spite of efficiency soil hydraulic subsurface explosion compaction method didn't widely used in the North Caucasus where loess is common and their thickness could reach 55 meters. Conducted analysis demonstrate the possibility of using soil hydraulic subsurface explosion compaction and auger placed pressure-injected concrete ground pile under the similar conditions of the Crimea.

Ключевые слова: лёссовые грунты, просадочные грунты, стратиграфия, уплотнение грунтов гидровзрывом, буронабивные грунтовые сваи.

Key words: loess soil, collapsible soil, stratigraphy, soil hydraulic subsurface explosion compaction, auger placed pressure-injected concrete ground pile.

Введение

Северный Кавказ и Крым относятся к регионам, где ведется интенсивное промышленное, гражданское, гидротехническое, ирригаци-

онное, дорожное и курортно-санаторное строительство. Для развития этих регионов вкладываются значительные средства.

Массовое строительство разнообразных зданий и сооружений на территории обоих регионов осложняли и будут осложнять лёссовые просадочные грунты, которые в степной их части распространены практически повсеместно, а в предгорных районах встречаются локально на равнинных, удобных для строительства участках.

На лёссовых грунтах в советское время были построены самые крупные в СССР мелиоративные системы: на Северном Кавказе – Большой Ставропольский канал, а в Крыму – Северо-Крымский канал. При проектировании этих водохозяйственных систем детальным изучением лёссовых грунтов занимались проектно-изыскательские институты «Севкавгипроводхоз» (г. Пятигорск) и «Укргипроводхоз» (г. Киев и г. Симферополь) с участием многих союзных НИИ. После распада СССР водные системы из-за недостатка финансирования получили значительный физический износ, и при их реконструкции неизбежно придется вновь учитывать специфические свойства просадочных грунтов.

Цель данной статьи – показать генетическое единство лёссовой формации Северного Кавказа и Крыма, сравнить состав и свойства просадочных грунтов и дать рекомендации крымским строителям и проектировщикам по применению новых, освоенных на Северном Кавказе, методов борьбы с просадочностью лёссовых грунтов.

Материалы и методы исследований

Распространение, строение, вещественный состав, физико-механические свойства и просадочность лёссовых грунтов Северного Кавказа описаны во многих, в том числе в наших работах [2; 3; 4], а Степного Крыма – в [5; 6; 8; 9].

Схематическая карта распространения лёссовых грунтов на Северном Кавказе приведена в наших работах (рис. 1) [2; 3], а лёссовых грунтов Крыма – рис. 2 [8, с. 65]. В качестве научной рабочей гипотезы примем положение, обоснованное в наших работах о том, что формирование лёссовых грунтов происходило за счет пыли, принесенной из восточных районов (Прикаспийской низменности и, возможно, Средней Азии) в перигляциальных условиях плейстоцена. Это подтверждает:

- 1) покровное положение лёссовых толщ, перекрывающих поверхностным чехлом все элементы рельефа, за исключением пойм современных рек;
- 2) отсутствие сходства химико-минералогического и гранулометрического состава с подстилающими и окружающими

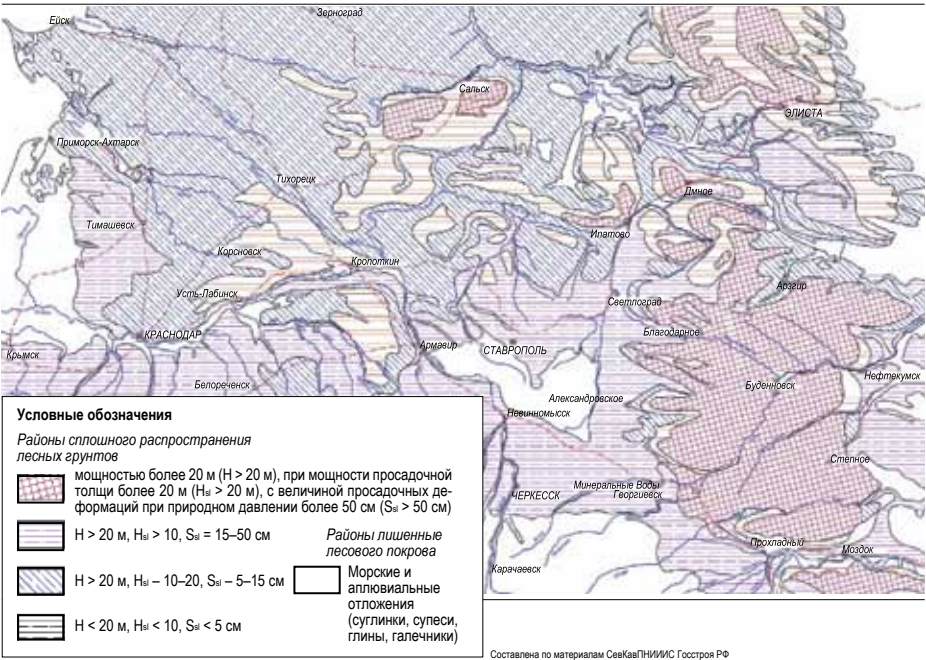


Рис. 1. Схематическая карта распространения лёссовых грунтов на Северном Кавказе.

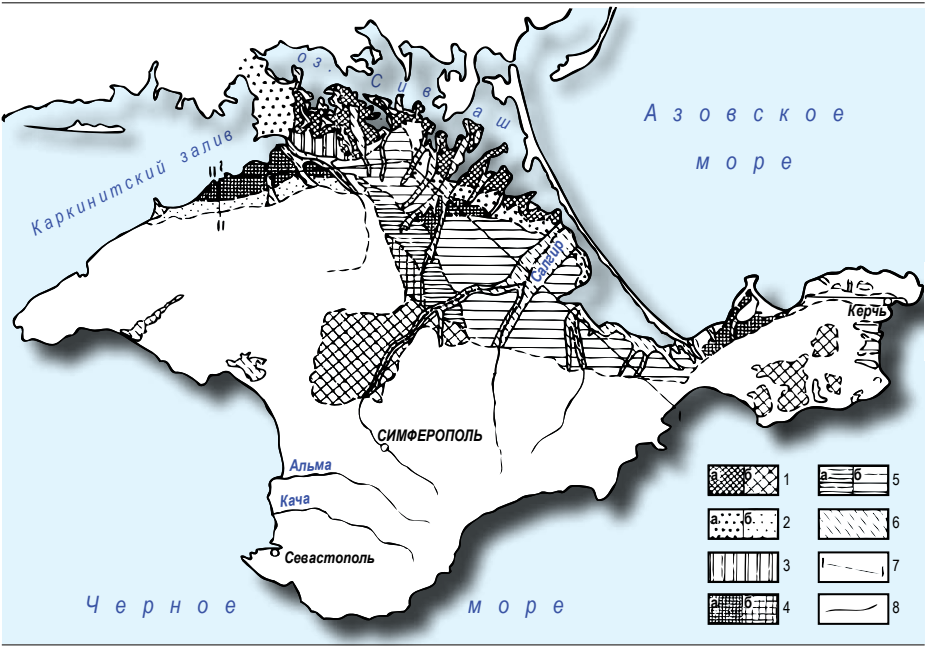


Рис. 2. Схема мощностей лёссовых грунтов Крыма. 1–5 – мощность, м: 1 – до 5; 2 – от 5 до 10; 3 – от 10 до 15; 4 – от 15 до 20; 5 – >20.

- породами, что исключает водные способы накопления материала (делювий, пролювий и аллювий);
- 3) изменение гранулометрии пород в субширотном направлении: с востока на запад происходит закономерный переход от пылеватых песков и супесей (вблизи Прикаспийской низменности) к тяжелым суглинкам и глинам (Западное Предкавказье);
 - 4) наличие прослоев свежего вулканического пепла и хорошо сохранившихся невыветрелых минералов, подтверждающих сухую обстановку накопления и сохранения первичного материала;
 - 5) сохранение реликтовых солей, принесенных ветром, в верхней просадочной части лёссовых разрезов, которые неизбежно были бы удалены при любом водном генезисе пород;
 - 6) эоловый генезис лёссовых грунтов Юга России подтверждают палеогеографические исследования отечественных и зарубежных ученых, согласно которым лёсс формировался в условиях сухой и холодной т. н. «тундро-степи», не имеющей современных аналогов на Земле [7]. При внимательном изучении лёссовых толщ Северного Кавказа были обнаружены многочисленные следы криолитогенеза, подтверждающие наличие «вечной» (многолетней) мерзлоты лёссовых толщ [1].

Лёссовые толщи Северного Кавказа имеют чётко выраженное циклическое строение, обусловленное чередованием лёссовых горизонтов и ископаемых почв. Лёссовые горизонты отражают холодные и сухие ледниковые периоды плейстоцена, а ископаемые почвы – теплые и влажные межледниковья, к которым относится и современный голоцен, начавшийся 10 тысяч лет назад.

Генетическая концепция формирования лёссовых толщ Северного Кавказа в основном соответствует данным по лёссовым отложениям Крыма. Сотрудница Крымского геологического управления Е.В. Львова [6, с. 367], поставившая целью своих исследований «восстановить палеогеографическую обстановку на территории Степного Крыма в четвертичное время, когда происходило формирование лёссовых пород, и дать характеристику их состава и свойств на территории северной части Степного Крыма, намеченной к орошению и обводнению водами Северо-Крымского канала», совершенно правильно пришла к выводу: «Суглинки Степного Крыма относятся к типу лёссовидных пород, образовавшихся в значительной степени при участии эоловых процессов». В этой же работе отмечается, что «легкие покровные суглинки эолово-делювиального происхождения развиты повсеместно в Степ-

ном Крыму. Суглинки перекрывают сплошным слоем все более древние отложения, облекают все формы рельефа, за исключением узких полосок вдоль русел рек, балок и заливов Сивашей... Никакие процессы, кроме эоловых, не могли так сnivelировать рельеф, образовать сплошной плащ суглинков, прерываемый только руслами рек». В этой же работе отмечается «засоленность грунтов, хотя и ослабевающая с глубиной», и тот факт, что «минерализация водоносного горизонта в четвертичных отложениях является следствием минерализации суглинков». Таким образом, подтверждается наша концепция, что засоленность грунтовых вод обусловлена нисходящим выносом солей из верхнего, первично засоленного просадочного лёсса. Понимание этой закономерности имеет большое практическое значение. Водоснабжение Степного Крыма невозможно за счет засоленных грунтовых вод, без использования Северо-Крымского канала.

В Степном Крыму нерешенной проблемой остается стратиграфическое расчленение лёссовых толщ, основанное на изучении ископаемых почв. Ископаемые почвы – важнейшие стратиграфические маркеры – в лёссовых разрезах Крыма изучены недостаточно. Первый исследователь Е.В. Львова [6, с. 370] в 1961 году установила «наличие трех хорошо выдержанных погребенных почвенных прослоев, позволивших расчленить толщу суглинков на четыре яруса... Содержание гумуса по всему разрезу четвертичной толщи изменяется сравнительно мало, за исключением тех случаев, когда вскрыты погребенные почвы».

А.К. Ларионов и Л.Я. Штерн [5, с. 87] утверждают, что «погребенные почвы были встречены лишь на локальных участках в северной части Степного Крыма... Погребенные почвы почти во всех вскрытых выработках отсутствовали. Встреченные карбонатные прослои лишь в отдельных случаях могли быть приняты за иллювиальные почвенные горизонты». Здесь Б.Ф. Галай хочет возразить своему учителю А.К. Ларионову и коллеге Л.Я. Штерн, что карбонатные прослои просто так в эоловой пыли не могли образоваться. Они действительно являются иллювием ископаемых почв, а их тонкий гумусный слой могли унести ветры при накоплении верхнего лёссового слоя.

Е.В. Рипский и И.И. Молодых [8, с. 64] «среди лёссовых пород выделили два генетических комплекса: эолово-делювиальный (собственно лёссовый) и нерасчлененный эолово-делювиально-элювиальный (облессованные породы). Породы обоих генетических комплексов сплошным чехлом покрывают территорию равнинного Крыма... В пределах равнинного Крыма лёссовые породы подстилаются плиоценовыми глинами».

Л.Я. Штерн [9, с. 4] также утверждает, что «лёссовые породы Степного Крыма являются полигенетичными. В их формировании принимали участие эоловые, делювиальные и элювиальные процессы».

Там же в выводах [9, с. 20] отмечается: «лёссовая толща Степного Крыма имеет полигенетичное происхождение; в ее формировании принимали

участие эолово-делювиальные, эолово-делювиально-элювиальные и пролювиальные процессы. Минеральный состав лёссовых пород свидетельствует как о привносе минералов из перигляциальной зоны, так и о местном происхождении, причем первые транспортировались эоловым путем, а вторые – делювиально-пролювиальным».

Новые палеоклиматические представления о сухой и морозной обстановке в период накопления лёссовых пород исключают участие водных (делювиальных, элювиальных и пролювиальных) процессов в формировании лёссовых толщ. Лёссовый материал Крыма никакой связи не имеет с подстилающими плиоценовыми глинами. Его принес восточный ветер, как и на территории Северного Кавказа.

Мощность лёссовой формации в Крыму изменяется от 1 до 27 м [9, с. 4] и, возможно, до 26,0 м [8, с. 70]. Здесь, как и на Северном Кавказе, максимальную мощность имеет лёссовый покров на пологих склонах водоразделов («в пределах склонов Центральной равнины») и Присивашской низменности. В связи с тем, что стратиграфия лёссового покрова Крыма остается пока дискуссионной, нам трудно синхронизировать события этих соседних регионов.

В указанной литературе приводятся недостаточные данные о литологии лёссовых грунтов Крыма. Е.В. Рипский и И.И. Молодых [8, с. 70] приводят характеристики от пылеватых супесей (типичных лёссов?) до пылеватых глин. Л.Я. Штерн также подтвердила, что «лёссовые породы Степного Крыма в литологическом отношении варьируют от легких пылеватых суглинков до пылеватых глин» [9, с. 4].

Хуже всего в опубликованной литературе представлена просадочность лёссовых грунтов Крыма. Л.Я. Штерн [9, с. 20] пишет: «установлено, что ожидать значительной просадочности в лёссовой толще Степного Крыма нет оснований». В то же время Е.В. Львова [6, с. 373] приводит данные о просадочности образцов до 0,079, а Е.В. Рипский и И.И. Молодых [8, с. 74] сообщают о просадочности до 0,121 и выше. Такой просадочность обладают сильно просадочные лёссы восточных районов Ставрополя (Буденновск, Степное и др.), Терско-Кабардино-Сунженская область и район г. Волгодонска.

Нигде в опубликованной литературе не сообщается о типах лёссовых толщ Крыма, как это требуют Строительные нормы. Известно, что II (второй) тип грунтовых условий сильно осложняет предстроительную подготовку оснований и требует специальных методов глубинного устранения просадочности. Действующий СНиП 2.02.01–83* «Основания зданий и сооружений», п. 3.13 и Свод Правил «Основания зданий и сооружений» (Актуализированная редакция СНиП 2.02.01–83*), п. 6.1.22 применять: «в пределах всей просадочной толщи – глубинное уплотнение грунтовыми сваями, предварительное замачивание грунтов основания, в том числе с глубинными взрывами, химическое или термическое закрепление».

Результаты исследований и их обсуждение

Просадочность лёссовых грунтов как опасный техногенный геологический процесс геологи и строители нашей страны впервые стали изучать в довоенные и послевоенные годы, когда произошли аварийные деформации гидромелиоративных сооружений в Кабардино-Балкарии и Чечено-Ингушетии, многих жилых домов, общественных и промышленных зданий, построенных на этих специфических грунтах в гг. Грозном, Ростове-на-Дону, Георгиевске и др. Причину и природу просадочных деформаций зданий и сооружений строители не могли понять без участия ученых-геологов, изучивших вещественный состав и структурные особенности этих специфических образований.

В 1958 году в г. Ставрополе был создан единственный на Северном Кавказе филиал НИИ сначала АН СССР, а затем Госстроя СССР (СевКавПНИИИС) с научной лабораторией по изучению просадочных грунтов региона. Для борьбы с просадочностью были опробованы практически все известные методы закрепления и уплотнения просадочных грунтов. При участии СевКавПНИИИС, а затем СевКавГТУ и СКФУ, состоялось успешное применение различных методов уплотнения и закрепления просадочных грунтов на крупных стройках Юга России. Комплексное изучение вещественного (химико-минералогического и гранулометрического) состава и структурных особенностей лёссовых грунтов позволило определить область и границы применения, проектируемых противопросадочных мероприятий.

Химическое закрепление (силикатизация) оказалось неэффективным при аварийных деформациях многих зданий и в последние десятилетия практически не применяется на Северном Кавказе. Силикатизацией не удалось закрепить аварийные дома в гг. Кисловодске, Георгиевске, Буденновске и других райцентрах Ставропольского края. Силикатизация не помогла при восстановлении аварийных промышленных зданий завода «Атоммаш», многих жилых домов и общественных зданий в г. Волгодонске.

Термическое закрепление (обжиг) опробовали один раз в 1975 году в с. Прасковья Буденновского района на небольшом здании, и строители от него отказались. В 70-е годы обжиг с переменным успехом был опробован при строительстве малоэтажных домов в Краснодарском крае (г. Новокубанск и др.).

Химическое и термическое закрепление, несмотря на усилия московских, украинских и ростовских НИИ, разработавших эти методы, не получили распространения не только при новом строительстве, но и, что более важно, при реконструкции существующих зданий и восстановлении аварийных объектов.

Предварительное замачивание в 60–70-е годы широко применялось при строительстве гидротехнических и мелиоративных объектов в восточных районах Ставропольского края и восточных республиках Северного Кавказа

(Кабардино-Балкарии, Северной Осетии, Чечено-Ингушетии), Калмыкии, где распространены сильно просадочные, типичные лёссы и лёссовидные суглинки большой мощности (более 20 м) с расчетной просадкой от собственного веса более 50 см.

Предстроительное замачивание котлованов для устранения просадочности грунтов требует много воды, дефицитной в степных районах, надолго задерживает строительство и слабо уплотняет просадочную толщу. Этот метод также практически не применяется в современных условиях индустриального строительства, требующего сокращения сроков и повышения качества работ.

С 1973 года для уплотнения мощных лёссовых толщ (15–50 м) в условиях Северного Кавказа стал широко применяться в различных вариантах *гидровзрывной метод* (ускоренное предварительное замачивание и глубинные взрывы). Для его практического применения нами разработано единственное в России Пособие [2], согласованное с Госгортехнадзором России и ОАО «Кавказвзрывпром». У истоков этого метода стоял киевский профессор И.М. Литвинов, под руководством которого в 1973 году были уплотнены просадочные грунты при строительстве крупного газоперерабатывающего завода в районе г. Грозного. Затем уплотнение просадочных грунтов глубинными взрывами произошло при строительстве многих жилых домов и промышленных объектов в Ставропольском крае (Буденновск, Георгиевск, Ипатово), Ростовской области (Волгодонск), Волгоградской области (Ленинск, Качалино), Кабардино-Балкарии (с. Кременчуг-Константиновское).

Гидровзрывное уплотнение просадочных грунтов по нашему проекту было выполнено в 2014–2015 гг. при строительстве Газоперерабатывающего завода ООО «Ставролен» в г. Буденновске по программе стратегического развития ОАО «ЛУКОЙЛ». Программа включена в Стратегию развития химической и нефтехимической промышленности России. Уплотнение просадочной толщи мощностью 28 м произвели глубинными взрывами вблизи взрывоопасных объектов ООО «Ставролен» с экономией 887,372 млн. рублей.

В условиях плотной городской застройки и для спасения аварийных зданий с 1992 года мы стали широко применять буронабивные *грунтовые и бетонные сваи*, изготовленные шнековым способом. Для этого составлены Рекомендации [3], одобренные Главгосэкспертизой России и согласованные с головным НИИ оснований им. Н. М. Герсеева Госстроя РФ. Этим методом закреплены просадочные основания во многих городах Юга России (Ставрополь, Кисловодск, Железноводск, Пятигорск, Георгиевск, Буденновск, Благодарный, Светлоград, Ростов-на-Дону, Новочеркасск, Новошахтинск, Шахты, Краснодар, Ейск, Кропоткин, Тбилисская, Элиста, Грозный, Назрань, Магас, Нальчик и др.).

По договору с Правительством Москвы в 1995 г. после террористического акта буронабивными грунтовыми и бетонными шнековыми сваями были

закреплены просадочные грунты под всеми аварийными зданиями Буденновской больницы. После укрепления грунтов одноэтажная пристройка к роддому больницы была надстроена двумя этажами и сохранено старинное здание (1888 г.) Мамай-Маджарского монастыря.

В 1996 г. по договору с администрацией г. Железноводска были закреплены просадочные грунты в основании аварийного 12-тиэтажного дома ФСБ по ул. Октябрьской, 55-б, из которого были выселены жильцы.

В 1995 г. Ростовгражданпроект согласовал уплотнение просадочных грунтов грунтовыми сваями при строительстве 14-тиэтажного элитного жилого дома по ул. Филимоновской-Семашко в г. Ростове-на-Дону. После уплотнения просадочных грунтов осадка дома составила всего 3 см, и жилой дом был надстроен двумя этажами до 16-ти этажей. Таким же методом были закреплены грунты аварийных школ в г. Ростове-на-Дону (№№ 32, 36, 50, 52, 57 и др.).

В 2001 г. в г. Пятигорске аварийное двухэтажное здание Академии Госслужбы по ул. Дунаевского, 5 после укрепления просадочных грунтов грунтовыми сваями надстроили третьим этажом. Здание выдержало наводнение 2002 г.

В Кисловодске буронабивными сваями были закреплены просадочные грунты в основаниях жилых домов по ул. Цандера, 8, ул. Куйбышева, 57 и ул. Еськова, 8.

В г. Благодарном в 2001 г. после укрепления просадочных грунтов аварийное одноэтажное здание детского сада по ул. Вокзальной было надстроено двумя этажами и стало жилым домом. Таким же методом укрепили просадочные грунты при строительстве Дома-интерната для престарелых и инвалидов.

В 2004 г. по просьбе ОАО «711 Военпроект» и заместителя командующего Северо-Кавказского военного округа генерала Ю.И. Иванова глубинными взрывами и буронабивными грунтовыми сваями укрепили просадочные грунты при строительстве всех объектов крупнейшего в ЮФО военного городка в г. Буденновске.

В 2015 году грунтовыми сваями укрепили просадочные грунты под взрывоопасные объекты газоперерабатывающего завода ООО «Ставролен» (после глубинных взрывов) и основания всех строящихся объектов Спорткомплекса в 7-ом микрорайоне Буденновска. Согласно справке заказчика, при строительстве Спорткомплекса применение грунтовых свай дало экономический эффект 150 млн. рублей.

Проекты укрепления оснований аварийных зданий Буденновской больницы, аварийного 12-эт. дома ФСБ в Железноводске, аварийных школ в г. Ростове-на-Дону, Резервуаров и Газоперерабатывающего завода ООО «Ставролен» были согласованы с Главгосэкспертизой России, а Спорткомплекса – Ставропольской государственной экспертизой.

Большим достоинством глубинных взрывов и грунтовых свай является возможность их совместного применения с различными видами фундаментов. При большой мощности просадочных грунтов следует сначала применить глубинные взрывы, а затем грунтовые сваи для плитных и столбчатых фундаментов. При больших сосредоточенных нагрузках каркасных зданий в уплотненные грунты можно погрузить любые виды бетонных свай.

Грунтовые и бетонные шнековые сваи стали незаменимы при восстановлении аварийных и реконструируемых зданий. Шнековая технология позволяет уплотнить обратные засыпки фундаментов, создать вертикальные противофильтрационные завесы на оползневых склонах и вокруг подтопленных зданий, снизить сейсмичность оснований при новом строительстве и восстановлении зданий.

Для успешного применения указанных методов на территории Крыма потребуется более детальное изучение состава и структурных особенностей лёссовых грунтов этого региона. При этом неизбежно возникнут трудности с получением архивных и фоновых геолого-изыскательских материалов, которые остались в проектно-изыскательских и научных организациях г. Киева. По просьбе Правительства Крыма ученые и проектировщики СКФУ могут провести опытно-производственное опробование эффективных методов укрепления просадочных грунтов при строительстве новых объектов и реконструкции существующей застройки.

Выводы

1. Лёссовые просадочные грунты двух соседних регионов (Северного Кавказа и Крыма) можно считать единой лёссовой формаций, сформировавшейся в суровых (холодных и сухих) условиях плейстоцена – т.н. «тундро-степи», не имеющей аналога в современных ландшафтах Земли.
2. Имеющиеся опубликованные данные по лёссовым грунтам Крыма во многом противоречивы и недостаточны для обоснованного проектирования противопросадочных мероприятий для различных видов строительства, в том числе при реконструкции объектов Северо-Крымского канала.
3. При новом строительстве и, особенно, при реконструкции и восстановлении аварийных объектов в республике Крым могут быть полезными методы устранения просадочности, разработанные в Северо-Кавказском федеральном университете, и прошли проверку на многих объектах Юга России.

Библиографический список

1. Галай Б.Ф., Жуков Ю.П. Криогенные формы в лёссах Ставрополя // Инженерно-геологические процессы, явления и охрана

- среды лёссовых территорий. Ташкент: ФАН, 1985. С. 156–158.
2. Галай Б.Ф., Сербин В.В., Плахтюкова В.С. Пособие по уплотнению просадочных лёссовых грунтов глубинными взрывами в условиях Северного Кавказа (изыскания, проектирование, производство работ). Изд. 3-е, доп. Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2016.
 3. Галай Б.Ф., Сербин В.В., Плахтюкова В.С. и др. Рекомендации по проектированию и устройству буронабивных грунтовых свай, изготовленных шнековым способом в просадочных и слабых грунтах. Изд. 3-е, доп. Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2016.
 4. Галай Б. Ф., Сербин В. В., Плахтюкова В. С., Галай О. Б. Генетический анализ покровных суглинков города Ставрополя // Наука. Инновации. Технологии. Научный журнал Северо-Кавказского федерального университета, 2016. Вып. № 1. С. 93–106.
 5. Ларионов А.К., Штерн Л.Я. Расчленение лёссовых толщ Степного Крыма при инженерно-геологических изысканиях // Труды Новосибирского института инженеров железнодорожного транспорта, выпуск 90. Вопросы инженерной геологии, оснований и фундаментов. Новосибирск, 1969. С. 87–95.
 6. Львова Е.В. Условия образования лёссовидных пород Степного Крыма // Материалы Всесоюзного совещания по изучению четвертичного периода, том II. Четвертичные отложения Европейской части СССР. М.: Изд-во АН СССР. С. 367–375.
 7. Герасимов И.П., Величко А.А. Палеогеография Европы за последние сто тысяч лет (атлас-монография). М.: Наука, 1982.
 8. Рипский Е.В, Молодых И.И. Лёссовые породы европейской части СССР. Крым. М.: Наука, 1966. С. 64–80.
 9. Штерн Л.Я. Состав, строение и инженерно-геологические свойства лёссовых пород Степного Крыма: автореф. дис. ... канд. геол.-минерал. наук. Ленинград: Ленинградский гос. университет, 1970.

References

1. Galay B.F., Zhukov Yu.P. Kriogennyye formy v lyessakh Stavropol'ya (Cryogenic forms in loess Stavropol) // Inzhenerno-geologicheskie protsessy, yavleniya i okhrana srede lyessovykh territoriy. Tashkent: FAN, 1985. S. 156–158.
2. Galay B.F., Serbin V.V., Plakhtyukova V.S. Posobie po uplotneniyu prosadochnykh lyessovykh gruntov glubinnymi vzryvami v usloviyakh Severnogo Kavkaza (izyskaniya, proektirovanie, proizvodstvo rabot) (The manual compaction subsidence of loess soils deep explosions in the North Caucasus (research, design, production operations)). Izd. 3-e, dop. Stavropol': Severo-Kavkazskiy federal'nyy universitet, 2016.
3. Galay B.F., Serbin V.V., Plakhtyukova V.S. i dr. Rekomendatsii po proektirovaniyu i ustroystvu buronabivnykh gruntovykh svay, izgotovlennykh shnekovym sposobom v prosadochnykh i slabykh

gruntakh (Guidelines for Design and Construction of bored piles of ground, manufactured screw method in subsidence and soft ground). Izd. 3-e, dop. Stavropol': Severo-Kavkazskiy federal'nyy universitet, 2016.

4. Galay B.F., Serbin V.V., Plakhtyukova V.S., Galay O.B. Geneticheskiy analiz pokrovnykh suglinkov goroda Stavropol'ya (Genetic analysis covering loam city of Stavropol) // «Nauka. Innovatsii. Tekhnologii». Nauchnyy zhurnal Severo-Kavkazskogo federal'nogo universiteta, 2016, Vypusk № 1, S. 93–106.
5. Larionov A.K., Shtern L.Ya. Raschlenenie lyessovykh tolshch Stepnogo Kryma pri inzhenerno-geologicheskikh izyskaniyakh (The division of loess strata Steppe Crimea in geological engineering surveys) // Trudy Novosibirskogo instituta inzhenerov zheleznodorozhnogo transporta, vypusk 90. Voprosy inzhenernoy geologii, osnovaniy i fundamentov. Novosibirsk, 1969. S. 87–95.
6. L'vova E.V. Usloviya obrazovaniya lyessovidnykh porod Stepnogo Kryma (The conditions of formation of loess-like rocks Steppe Crimea) // Materialy Vsesoyuznogo soveshchaniya po izucheniyu chetvertichnogo perioda, tom II. Chetvertichnye otlozheniya Evropeyskoy chasti SSSR. M.: izd-vo AN SSSR. S. 367–375.
7. Gerasimov I.P., Velichko A.A. Paleogeografiya Evropy za poslednie sto tysyach let (atlas-monografiya) (Paleogeography Europe for the last hundred thousand years (Atlas-Monograph)). M.: Nauka, 1982.
8. Ripskiy E.V., Molodykh I.I. Lyessovye породы evropeyskoy chasti SSSR (Loess European part of the USSR). Krym. M.: Nauka, 1966. S. 64–80.
9. Shtern L.Ya. Sostav, stroenie i inzhenerno-geologicheskie svoystva lyessovykh porod Stepnogo Kryma (The composition, structure and geotechnical properties of loess Steppe Crimea). Avtoreferat kandidatskoy dissertatsii k.g.-m.n. Leningradskiy gos. universitet, 1970.

УДК 551.513.22

**Данилова Н.Е. [Danilova N.E.],
Кульгина Л.М. [Kulygina L.M.],
Семенова Ю.А. [Semenova Y.A.],
Закинян Р.Г. [Zakinyan R.G.]**

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ НА РАЗВИТИЕ ОБЛАЧНОЙ КОНВЕКЦИИ

**Study of the parameters atmospheric boundary
layer in the development of cloud convection**

Одним из видов вертикальных движений в атмосфере является конвекция. Конвективные движения возникают в неустойчиво стратифицированной атмосфере под влиянием атмосферных фронтов или орографических особенностей района. Свободная конвекция является первопричиной почти всех движений в атмосфере. Орографические особенности влияют на развитие конвекции двумя способами: косвенно посредством деформации фронтальных зон с последующим развитием барических образований или непосредственно при перетекании воздушного потока через горные препятствия. Немаловажную роль в развитии облачной конвекции играют параметры приземного слоя, такие как: динамический фактор, обусловленный орографией; термический фактор, обусловленный начальным перегревом. В данной работе облачная конвекция не является возмущенным состоянием относительно покоя, а представляется средним движением, вызванным только лишь флуктуацией плотности воздуха, которая зависит от температуры и массовой доли водяного пара. Такое рассмотрение является более последовательным. Представленные расчёты показывают, что модуль полной скорости движения воздуха при тепловой конвекции сухого воздуха и размер конвективной ячейки, существенно зависят от скорости восходящих потоков у земли, обусловленной рельефом местности, а также приземными параметрами.

One of the types of vertical movements in the atmosphere is convection. Convective motions arise in an unstable stratified atmosphere under the influence of atmospheric fronts or orographic features of the region. Free convection is the root cause of almost all movements in the atmosphere. Orographic features affect the development of convection in two ways: indirectly by deformation of the frontal zones with the subsequent development of baric formations or directly during the flow of airflow through mountain obstacles. A very important role in the development of cloud convection is played by the parameters of the surface layer, such as: the dynamic factor due to orography; Thermal factor due to initial overheating. In this paper, cloud convection is not a perturbed state with respect to rest, but is represented by an average motion caused only by a fluctuation in air density, which depends on the temperature and the mass fraction of water vapor. This consideration is more consistent. The presented calculations show that the module of the total air velocity for thermal convection of dry air and the size of the convective cell depend significantly on the velocity of the ascending streams at the ground, caused by the relief of the terrain, and also the surface parameters.

Ключевые слова: параметры конвекции, термический фактор, динамический фактор, начальный перегрев, уровень конденсации.

Key words: options convection, thermal factor, dynamic factor, the initial overheating, the level of condensation.

Введение

Атмосферная конвекция в теплое время года не только осуществляет вертикальный перенос тепла, водяного пара и импульса, но и является основной причиной образования конвективных облаков: кучевых (Cu), мощных кучевых (Cu cong) и кучево-дождевых (Cb). С кучево-дождевыми облаками связан комплекс наиболее опасных явлений погоды. Это ливневый дождь, град, сильный снегопад, «снежные заряды», гроза. К числу опасных проявлений конвективной деятельности относятся также шквалы и смерчи, которые обладают огромной разрушительной силой, приносят значительный материальный ущерб и нередко приводят к гибели людей [2, 4, 5].

Как известно, все формы кучевых облаков являются результатом конвективных движений в атмосфере. Конвективные движения возникают в неустойчиво стратифицированной атмосфере под влиянием атмосферных фронтов или орографических особенностей района.

Термическое влияние орографических препятствий сказывается внутри однородных воздушных масс, когда наблюдаются слабые ветры и малые барические градиенты в нижней части тропосферы. В этом случае при слабом горизонтальном переносе в атмосфере формируются термические неоднородности, вызывающие днем циркуляцию с восходящими движениями над возвышенностями и нисходящими во впадинах. В ночные часы наблюдается обратная картина. Тепловое влияние гор весьма существенно летом. Оно часто выходит за пределы горных районов и распространяется на предгорные равнинные области, на расстояния до 100 км, где днем за счет нисходящих движений происходит ослабление процессов облакообразования.

Динамические воздействия вносят большой вклад в упорядоченные вертикальные движения, развивающиеся в нижних слоях воздуха над склонами гор и прилегающими к ним равнинными областями. У наветренных склонов гор имеет место усиление восходящих движений, у подветренных – нисходящих движений. Интенсивность вертикальных движений зависит от свойств воздушного потока и характеристик хребта. Зоны восходящих и нисходящих движений, порождаемые горными массивами, стационарны [3].

Свободная конвекция – очень сложный и далеко еще не изученный до конца процесс. Очень сложен он в атмосфере, материи и ядре Земли. Это связано с огромными их размерами, вращением Земли и сложными тепловыми и плотностными полями внешних оболочек и внутренних областей планеты.

Прогнозирование особенностей развития конвективных процессов во времени и пространстве является актуальной научной задачей. Этой проблеме посвящено большое число работ [1–6]. Однако существующие методы расчета параметров конвекции основаны на данных многолетних наблюдений и представляют собой статистические зависимости между различными параметрами. Поэтому разработка адекватной математической модели конвекции, описывающей влияние характеристик приземного слоя атмосферы

на ее развитие, является актуальной задачей физики атмосферы. Неоднородность рельефа оказывает существенное влияние на развитие конвективных движений, а значит и влияет на распределение характеристик конвективных облаков и явлений. Исследованию влияния орографии также посвящено достаточное количество работ. Но все эти работы основаны на статистическом анализе связи параметров конвекции с характеристиками рельефа местности. Поэтому разработка математических моделей влияния орографии на развитие конвекции в настоящее время становится актуальным, потому что это позволит усовершенствовать методику прогноза погоды.

Из сказанного выше следует, что знание характеристик, причин и возможности предсказания конвективной деятельности позволит своевременно обеспечить безопасность людей и сохранность материального имущества.

При прогнозировании параметров облачной конвекции используют аэрологические диаграммы. При этом используется так называемый «метод частицы», в котором предполагается, что перегрев и скорость восходящих потоков на уровне конденсации равны нулю. А это не всегда так. Поэтому представляется важным выяснить влияние подоблачной конвекции на параметры самой облачной конвекции на уровне конденсации.

Материалы и методы исследований

Разнообразие природных ландшафтов оказывает существенное влияние на развитие конвективных движений в атмосфере, а значит и на распределение характеристик конвективных облаков и явлений.

Горные массивы оказывают значительное динамическое и тепловое воздействие на воздушные течения. Чем выше горы и круче склоны, чем больше нормальная к хребту составляющая скорости ветра и меньше устойчивость атмосферы, тем больше обусловленные орографией скорости упорядоченных вертикальных движений, шире зона их распространения на равнинные предгорные районы.

Орография местности оказывает влияние как на усиление облакообразования и осадков, так и на их ослабление. У наветренной стороны хребта создаются благоприятные условия для развития облачности и выпадения осадков. У подветренных склонов усиливаются нисходящие движения и создаются условия для размывания облачности и уменьшения осадков [4].

При динамическом влиянии хребтов на воздушные потоки усиление осадков над наветренными склонами может сопровождаться ростом приземного давления, ослабление осадков и размывание облачности – падением давления. Вынужденный подъем воздуха по склонам гор нередко вызывает орографические ливни и грозы конвективного характера.

Термическое влияние гор выражается в дополнительном прогревании склонов летом в дневные часы по сравнению с окружающим воздухом. Возникают термические неоднородности, вызывающие циркуляцию с восхо-

дящими движениями над хребтами и нисходящими в предгорьях. В итоге, над горами осадки усиливаются, а над предгорными долинами – ослабевают. В ночное время картина должна быть обратной, но так как дневной прогрев больше ночного охлаждения, то горы в основном играют роль нагревателей.

Зимой горы, наоборот, являются «холодильниками». Циркуляция воздуха обратная, по сравнению с летней. Для некоторых районов наряду с циклонической деятельностью основной причиной формирования сезонных осадков является эффект запруживания влажных воздушных масс, что вызывает заметное увеличение количества осадков по сравнению с рядом расположенными районами.

Эффект запруживания воздушных масс заключается в возрастании восходящей составляющей движения при замедлении горизонтального воздушного потока, связанного с изменениями условий трения при переходе воздушных масс с суши на море, перед горными хребтами и массивами, динамической конвергенцией ветра скорости ветра.

При приближении к высокому восточному побережью воздушные массы испытывают динамическое торможение, и накапливаются, набегая друг на друга, что приводит к возникновению дополнительной вертикальной составляющей движения. При переходе через береговую линию меняются условия трения. Тормозящее влияние подстилающей поверхности, последующее накопление воздушных масс перед горными хребтами и переваливание воздуха через них также благоприятствуют организации вынужденного подъема воздуха.

Играет роль и некоторое повышение давления в накапливающемся перед горами воздухе. Под влиянием орографического фактора, динамический рост давления в этом случае сопровождается развитием восходящих движений воздуха (в отличие от общих термодинамических факторов, когда при росте давления происходит развитие нисходящих движений) и образованием облачности и осадков.

Эффект запруживания прослеживается в распределении облачности и осадков раньше и распространяется дальше на побережье, чем в случае собственно орографических осадков, связанных с вынужденным подъемом воздуха при его переваливании через хребет и достижении им условий насыщения. Количество осадков становится заметным уже над морем возле побережья.

Эффекты запруживания проявляются также в обострении циклонических осадков, связанном с дополнительным вынужденным подъемом воздуха при приближении фронтальной воздушной массы к горному препятствию и дальнейшим ее перемещении.

Горные хребты оказывают влияние на траектории барических образований. Барические центры стремятся обогнуть горы по часовой стрелке. Наблюдается также замедление перемещения барических образований перед горами, а низкие холодные антициклоны могут быть задержаны высокими горами.

Наиболее сильное торможение воздушного потока наблюдается у подножия хребта как на наветренной его стороне, так и на подветренной. В наветренной области имеет место рост давления и восходящего движения воздуха, в подветренной – падение давления и нисходящие движения воздуха. Следовательно, накопление воздуха по одну сторону хребта приводит к резкому перепаду давления при переходе через горы.

Влияние гор проявляется не только в областях, непосредственно прилегающих к ним, но и распространяется на несколько сот километров на прилегающие районы. Чем выше горный массив, чем круче склоны хребта, тем более мощный слой охвачен орографическим возмущением и интенсивнее его влияние на атмосферные процессы [3].

На практике чаще всего приходится встречаться с орографической эволюцией циклонов, низких подвижных антициклонов и барических ложбин с атмосферными фронтами. В центральной части высокого антициклона ветры слабые, поэтому при его перемещении через горный хребет чаще всего происходит лишь соответствующая деформация барического поля над периферийными областями.

При приближении циклона к горному хребту в передней его части вследствие конвергенции потока происходит рост давления. Рост давления под влиянием орографических факторов сопровождается восходящими движениями и развитием облачности и осадков, а падение – нисходящих, размытием облачности и прекращением осадков (в отличие от общих термодинамических факторов, когда рост давления в нижней тропосфере обычно сопровождается нисходящими движениями воздуха, а падение – восходящими). Далее по мере перемещения циклона начинается падение давления на подветренном склоне хребта. Поэтому образуются два центра пониженного давления – один у наветренного склона, другой у подветренной стороны хребта. Дальнейшее перемещение циклона сопровождается увеличением и углублением области пониженного давления у подветренной стороны при исчезновении циклона у наветренной стороны. Обычно циклон перед хребтом существует не более суток. Данный процесс носит название сегментации циклона.

Если циклон встречается с хребтом, расположенным широтно, то его центр также раздваивается – один центр располагается севернее хребта, другой – южнее. При дальнейшем развитии циклона оба центра сохраняются и действуют как самостоятельные циклоны.

Кроме орографического циклогенеза, в некоторых районах имеет место и орографический антициклогенез. Процесс орографического антициклогенеза выражается в образовании у поверхности Земли самостоятельного антициклонического центра на наветренной стороне горного хребта. Этот процесс наблюдается перед хребтами, ориентированными обычно с севера на юг.

Если бы земная поверхность была бы однородной, то распределение давления имело бы зональный характер. Материки существенно нарушают

эту картину за счет эффектов как динамического и термического происхождения. Эти эффекты максимальны в случаях, когда на материке есть горные хребты, которые оказывают существенное влияние на сезонное распределение барических минимумов и максимумов.

Уравнение притока тепла в слое от уровня земли $z = 0$ до уровня конденсации z_c имеет вид:

$$\frac{dT_i}{dz} = -\gamma_a, \quad (1)$$

где T_i – температура термика,
 $\gamma_a = 0.98 \text{ } ^\circ\text{C}/100 \text{ м}$ – сухоадиабатический градиент температуры.

Аналогичное уравнение для окружающей атмосферы имеет вид:

$$\frac{dT_e}{dz} = -\gamma. \quad (2)$$

Далее для получения аналитических выражений градиент γ температуры окружающего воздуха будем считать постоянным $\gamma = \text{const}$. При оценках будем считать $\gamma \approx 6 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{км}$. Из (1) и (2) получаем выражения для температуры термика T_i и окружающей атмосферы T_e :

$$\begin{aligned} T_i &= T_{i0} - \gamma_a z, \\ T_e &= T_{e0} - \gamma z. \end{aligned} \quad (3)$$

Введем функцию перегрева

$$\Delta T = T_i - T_e = (T_{i0} - T_{e0}) - (\gamma_a - \gamma)z = \Delta_0 T - \Delta\gamma \cdot z \quad (4)$$

где $\Delta_0 T$ – начальный перегрев у земли; $\Delta\gamma = (\gamma_a - \gamma)$.
Запишем уравнения движения:

$$\frac{dw_i}{dt} = \frac{g}{T} (T_i - T_e) = \beta \Delta T, \quad (5)$$

где $\beta = \frac{g}{\bar{T}}$,
 $\bar{T}$ – средняя температура в слое.

Так как $\frac{dw_i}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dw_i^2}{dz}$, то запишем (5) с учетом $\frac{dw_i}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dw_i^2}{dz}$ в виде:

$$\frac{dw_i^2}{dz} = 2\beta \Delta T. \quad (6)$$

Из (1), (2) и (4) запишем для функции перегрева уравнение

$$\frac{d\Delta T}{dz} = -\Delta\gamma. \quad (7)$$

Таким образом, адиабатическая модель конвекции сухого (или влажного ненасыщенного) термика описывается системой уравнений (6) – (7). Решение (7) является (4). Подставляя (4) в (6) найдем:

$$\frac{dw_1^2}{dz} = 2N_{BV}^2(h_t - z), \quad (8)$$

где $N_{BV} = \sqrt{\beta\Delta\gamma}$ – частота Брента – Вейселя,

$h_t = \frac{\Delta_0 T}{\Delta\gamma}$ – уровень выравнивания температур восходящего термика и окружающей атмосферы, согласно формуле (4).

Этот уровень является положением равновесия воздушной частицы, отклонение от которого вызывает колебания с частотой Брента – Вейселя. Решение (8) имеет вид:

$$w_1^2 = w_{i0}^2 + N_{BV}^2 z(2h_t - z), \quad (9)$$

где w_{i0} – начальная скорость восходящих потоков динамического происхождения, обусловленная орографией.

В начале предположим $w_{i0}^2 = 0$, что имеет место при горизонтальном рельефе в отсутствии орографии:

$$w_1^2 = N_{BV}^2 z(2h_t - z). \quad (10)$$

Из условия $w_1 = 0$, найдем уровень конвекции $z_w = 2h_t = \frac{2\Delta_0 T}{\Delta\gamma}$.

Из формулы (8) видно, что на уровне выравнивания температур, где $\Delta T = 0$, скорость w_1 максимальна. Подставляя $h_t = \frac{\Delta_0 T}{\Delta\gamma}$ в (10), найдем выражение для максимальной скорости восходящих потоков $w_{im} = \Delta_0 T \sqrt{\frac{\beta}{\Delta\gamma}}$.

На уровне конденсации z_c скорость восходящих потоков равна

$$w_{ic}^2 = N_{BV}^2 z_c(2h_t - z_c). \quad (11)$$

Уровень конденсации z_c определяется из условия равенства температуры термика T_i температуре точки росы τ :

$$T_i(z_c) = \tau(z_c). \quad (12)$$

Считая градиент точки росы постоянным (без учета вовлечения) $\gamma_\tau = -\frac{d\tau}{dz}$, получим

$$\tau = \tau_0 - \gamma_\tau z. \quad (13)$$

Из (3), (12), (13) найдем уровень конденсации

$$z_c = \frac{T_0 - \tau_0}{\gamma_a - \gamma_\tau} = \frac{d_0}{\Delta\gamma_\tau}, \quad (14)$$

где d_0 – дефицит точки росы у земли.

В расчетах считаем $d_0 \approx 0.2 \text{ } ^\circ\text{C}/100 \text{ м} = 2 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{км}$.

Подставляя (14) в (11) получим выражение для скорости восходящих потоков w_{ic} на уровне конденсации:

$$w_{ic} = 2\beta \frac{d_0 \Delta_0 T}{\Delta \gamma_\tau} \left(1 - \frac{d_0}{2\Delta_0 T} \frac{\Delta \gamma}{\Delta \gamma_\tau} \right). \quad (15)$$

Подставляя (14) в (12), получим выражения для функции перегрева на уровне конденсации

$$\Delta_c T = \Delta_0 T - d_0 \frac{\Delta \gamma}{\Delta \gamma_\tau}. \quad (16)$$

Из (15) и (16) видно, что существуют критические значения дефицита точки росы у земли, при которых соответственно равны нулю $\Delta_c T$ и w_{ic} :

$$\begin{aligned} \Delta_c T = 0: (d_0)_{cr1} &= \Delta_0 T \frac{\Delta \gamma_\tau}{\Delta \gamma}, \\ w_{ic} = 0: (d_0)_{cr2} &= 2(d_0)_{cr1}. \end{aligned} \quad (17)$$

Полученные критерии определяют начальные условия облачной конвекции.

Если $d_0 < (d_0)_{cr1}$, то $\Delta_c T > 0$ и облачная конвекция может развиваться, даже если атмосфера влажноустойчива $\gamma > \gamma_{am}$. Если $d_0 < (d_0)_{cr2}$, то уровень конденсации будет пробиваться подоблачной струей, что также способствует развитию конвекции при влажноустойчивой атмосфере.

Результаты исследований и их обсуждение

Из уравнения для начальной скорости восходящих потоков следует, что основными причинами конвекции в сухой (или влажной ненасыщенной атмосфере) являются:

- динамический фактор, обусловленный орографией $w_{i0}^2 \neq 0$;
- термический фактор, обусловленный начальным перегревом $\Delta_0 T \neq 0$;
- в случае, если $w_{i0}^2 = 0$ и $\Delta_0 T = 0$, необходимым условием конвекции является наличие сверхadiaбатического градиента температуры $\gamma > \gamma_a$.

Как правило, в атмосфере сверхadiaбатические градиенты наблюдается редко или в очень узких слоях атмосферы. Поэтому условие $\gamma > \gamma_a$, не является основной причиной конвекции в атмосфере. Отсюда следует, что основными причинами конвекции являются термические и динамические факторы.

Из-за неоднородности земной поверхности эффекты динамического и термического происхождения максимальны, когда на материке есть горные хребты. Это говорит о том, что орография оказывает значительное влияние на развитие облачной конвекции.

Следует обратить внимание еще на одну роль рельефа на развитие приземной и облачной конвекции. Как правило, в приземном слое атмосферы наблюдаются задерживающие слои, обусловленные изотермическими слоями или слоями инверсии. Эти слои являются препятствием для развития конвекции. То есть при некоторых условиях эти слои не пробиваются восходящими потоками воздуха. В этом случае рельеф местности может сыграть роль «пускового механизма», то есть, задав начальный импульс восходящему потоку, способствует пробиванию им задерживающего слоя. А далее восходящий поток, пробившийся сквозь задерживающий слой, может оказаться в условиях, способствующих развитию облачной конвекции.

Выводы

Из полученных результатов можно сделать вывод, что орография способствует развитию облачной конвекции.

Таким образом, влияние орографии приводит к возникновению начальной скорости всех потоков у земли. А это приводит к тому, что конвекция может возникать и при более сухой атмосфере. Как правило, в атмосфере сверхадиабатические градиенты наблюдается редко или в очень узких слоях атмосферы. Поэтому условие $\gamma > \gamma_a$, не является основной причиной конвекции в атмосфере. Поэтому основными причинами конвекции являются термические и динамические факторы.

Библиографический список

1. Волочай М.А., Грицаева М.Н., Закинян Р.Г. Свободная конвекция влажного воздуха // Материалы 55-й научно-методической конференции преподавателей и студентов Ставропольского государственного университета «Университетская наука – региону». Ставрополь: СГУ, 2010. С. 16–19.
2. Грицаева М.Н., Волочай М.А., Закинян Р.Г. Возникновение свободной конвекции вязкого воздуха // Материалы 55-й научно-методической конференции преподавателей и студентов Ставропольского государственного университета «Университетская наука – региону». Ставрополь: СГУ, 2010. С. 23–26.
3. Закинян Р.Г., Полянская Н.Е. Влияние параметров приземного слоя на развитие облачной конвекции // Материалы международной молодежной научной конференции «Математическая физика и ее приложения» (МФП–2012). Т. 5. Математическое моделирование и волновые процессы. Пятигорск, 2012. С. 32–33.

4. Назаренко А.В. Опасные природные явления // Опасные явления погоды конвективного происхождения, Ч. III: учебно-методическое пособие. Воронеж: Издательско-полиграфический центр ВГУ, 2008.
5. Полянская Н.Е. Условия возникновения конвекции влажного воздуха в атмосфере // Материалы 57 научно-методической конференции преподавателей и студентов Ставропольского государственного университета «Университетская наука – региону». Ставрополь: СГУ, 2012. С. 149–152.
6. Полянская Н.Е. Влияние рельефа на развитие приземной конвекции // Материалы VII Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых «Наука и устойчивое развитие». Нальчик, 2012. С. 102–103.

References

1. Volochaj M.A., Gricaeva M.N., Zakinjan R.G. Svobodnaja konvekciya vlazhnogo vozduha (Free convection of moist air) // Materialy 55-j nauchno-metodicheskoy konferencii prepodavatelej i studentov Stavropol'skogo gosudarstvennogo universiteta «Universitetskaja nauka – regionu». Stavropol': SGU, 2010, S. 16–19.
2. Gricaeva M.N., Volochaj M.A., Zakinjan R.G. Vozniknovenie svobodnoj konvekicii vjaskogo vozduha (The appearance of free convection of viscous air) // Materialy 55-j nauchno-metodicheskoy konferencii prepodavatelej i studentov Stavropol'skogo gosudarstvennogo universiteta «Universitetskaja nauka – regionu». Stavropol': SGU, 2010, S. 23–26.
3. Zakinjan R.G., Poljanskaja N.E. Vlijanie parametrov prizemnogo sloja na razvitie oblachnoj konvekicii (Influence of the parameters of the surface layer on the development of cloud convection) // Materialy mezhdunarodnoj molodezhnoj nauchnoj konferencii «Matematicheskaja fizika i ee prilozhenija» (MFP-2012), T. 5. Matematicheskoe modelirovanie i volnovye processy, Pjatigorsk, 2012, S. 32–33.
4. Nazarenko A.V. Opasnye prirodnye javlenija (Dangerous natural phenomena) // Opasnye javlenija pogody konvektivnogo proishozhdenija, Ch. III: uchebno-metodicheskoe posobie. – Voronezh: Izdatel'sko-poligraficheskij centr VGU 2008.
5. Poljanskaja N.E. Uslovija vozniknovenija konvekicii vlazhnogo vozduha v atmosfere (Conditions for the emergence of convection of moist air in the atmosphere) // Materialy 57 nauchno-metodicheskoy konferencii prepodavatelej i studentov Stavropol'skogo gosudarstvennogo universiteta «Universitetskaja nauka – regionu». Stavropol': SGU, 2012, S. 149–152.
6. Poljanskaja N.E. Vlijanie rel'efa na razvitie prizemnoj konvekicii (Influence of the relief on the development of surface convection) // Materialy VII Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii molodyh uchenyh «Nauka i ustojchivoe razvitie», Nal'chik, 2012, S. 102–103.

УДК 911.52

Дегтярева Т.В. [Degtyarova T.V.],
Шальнев В.А. [Shalnev V.A.]

ГЕОХИМИЧЕСКИЕ ПОЛЯ МИКРОЭЛЕМЕНТОВ ЛАНДШАФТОВ ВЫСОКОГОРНОЙ ОБЛАСТИ БОЛЬШОГО КАВКАЗА

**Geochemical fields of trace elements of landscape
the alpine region of the Greater Caucasus**

Проводится анализ рассмотрения термина геохимическое поле и вводится понятие компонентного геохимического поля ландшафта. Геохимические поля микроэлементов в горных породах и почвах рассматриваются на примере Эльбрус-Казбековской физико-географической подобласти высокогорных ландшафтов Большого Кавказа. Анализ геохимической специфики коренных горных пород позволил выделить литогеохимические поля микроэлементов Главного Кавказского, Бокового и Передового хребтов. На примере физико-географических ландшафтных округов (Лабино-Тебердинского, Тебердино-Эльбрусского и Кубано-Терского) изучены особенности территориальной дифференциации компонентных педогеохимических полей микроэлементов. Выявлена пространственная структура в размещении микроэлементов в почвах ландшафтных высотных поясов среднегорных хвойных лесов, высокогорных субальпийских и альпийских лугов и скально-нивального. По преобладающим факторам формирования особенностей распределения микроэлементов в ландшафтных высотных поясах выделены генетические группы органо-минеральных, биогенно-выщелачиваемых и биогенно-емких компонентных педогеохимических полей.

The analysis of term review of geochemical field and introduces the concept of geochemical field component of the landscape. Geochemical field of trace elements in rocks and soils examined on the example of mountainous physiographic region of the northern slope of the Greater Caucasus. Based on the analysis of the geochemical specifics of bedrock allocated lithogeochemical field of trace elements with the side of the Main Caucasian ridge and the Front Range. We consider the territorial differentiation component pedogeochemical fields micronutrients Laba-Teberda, Elbrus-Teberdino and the Terek-Kuban landscape districts, which revealed a similar spatial structure in the distribution of trace elements in soils for landscaping altitude belts. According to the predominant factor in the formation characteristics of distribution of trace elements in the landscape of high-altitude zones are marked genetic groups (organo-mineral, nutrient-leaching and nutrient-capacious) component pedogeochemical trace fields.

Ключевые слова: ландшафтные высотные пояса, литогеохимические и педогеохимические поля микроэлементов.

Key words: physical and geographical area and the county, landscape, lithogeochemical and pedogeochemical field of trace elements.

Введение

Понятие «геохимическое поле» в эколого-геохимические и ландшафтно-геохимические исследования пришло из геохимии, где оно является одним из фундаментальных [1, 2]. А.Е. Ферсман [3] в качестве геохимических полей рассматривал однородные области с большим накоплением преимущественно в горизонтальном направлении какой-либо группы или ассоциации элементов. При этом он считал, что геохимические поля связаны главным образом с осадочными толщами. Л.А. Верховской и Е.П. Сорокиной [4] предлагается выделять в пределах геохимических полей фоновые

природные области с равномерным распределением содержаний элемента и с аномальными, резко повышенными локальными концентрациями. По мнению Ю. И. Пиковского, А. Н. Геннадиевого и др. [5], геохимическое поле – это область распространения концентраций каких-либо химических элементов или соединений, существующая в определенных координатах пространства и времени. Более сложное определение данного понятия дает Н. С. Касимов [2], который вводит представление о *ландшафтно-геохимическом поле* как сложном геохимическом пространстве ландшафта, состоящем из многих пересекающихся и накладывающихся друг на друга геохимических полей в его *отдельных компонентах и подсистемах*.

Существование компонентных геохимических полей, эволюционно сформировавшихся с позднего кайнозоя до настоящего времени и связанных с изменением структуры ландшафтов, можно рассмотреть на примере Большого Кавказа [6]. Исторически складывавшиеся особенности литогенной основы и биоклиматической обстановки в каждом ландшафте приводили к протеканию определенных геохимических типов эпигенетических процессов с возникновением миграционных потоков химических элементов. В результате длительного развития и ландшафтной дифференциации в пределах физико-географических комплексов сформировались относительно однородные (в определенном масштабе) компонентные литогеохимические, педогеохимические, биогеохимические и др. поля, обладающие внутри себя сходным распределением химических элементов.

Целью исследования были компонентные геохимические поля микроэлементов в горных породах и почвах высокогорных районов Большого Кавказа и их территориальная дифференциация с учетом палеогеографических особенностей позднего кайнозоя. Под *компонентным геохимическим полем ландшафта* понимается индивидуальное геохимическое поле отдельного компонента (или подсистемы) определенного физико-географического комплекса, обладающее относительной однородностью в распределении химических элементов или их соединений в силу общности протекания геохимических и миграционных процессов в границах этого комплекса.

Материалы и методы исследований

Рассматриваемый район исследования относится к физико-географической Эльбрус-Казбековской высокогорной подобласти альпийского рельефа Большого Кавказа на доюрских складчато-глыбовых структурах с высокогорной растительностью лугов и хвойными лесами в пределах палеогляциальных форм рельефа [7]. В орографическом плане здесь четко прослеживаются структурные образования Главного, Бокового и Передового хребтов. В данной подобласти на северном склоне выделяются несколько ландшафтных округов с набором ландшафтных высотных поясов: среднегорий хвойных лесов, высокогорных субальпийских и альпийских лугов и скально-нивального [6].

Лабино-Тебердинский округ темнохвойных лесов и высокогорных лугов включает среднегорные и высокогорные ландшафты, формирующиеся в условиях влажного горного климата, на который большое влияние оказывает западный перенос воздушных масс с Черного и Средиземного морей. Он занимает верховья рек Белой, Большой и Малой Лабы, Урупа, Большого и Малого Зеленчука и Теберды. *Тебердино-Эльбрусский округ* сосновых, сосново-пихтовых лесов и высокогорных лугов имеет значительную эрозионную расчлененность территории речными долинами с колебаниями высот от 1600 до 4100 м. Климатические условия округа носят переходный характер: ослабление влияния средиземноморских вторжений, приносящих с собой влагу, и наличие высоких поперечных хребтов обуславливает большую сухость и континентальность местного климата. *Кубано-Терский округ* сосновых лесов и высокогорных лугов целиком размещается в верховьях бассейна Терека и его левых притоков – Баксана, Чегема, Черема, Ардона. Климатические условия носят все основные черты континентальности, так как влияние средиземноморских вторжений здесь практически не сказывается, а проходят окклюзии западноевропейских циклонов. Значительные абсолютные высоты округа способствуют широкому развитию луговых сообществ. Леса, среди которых господствуют сосновые, занимают меньшие площади по сравнению с предыдущими округами.

Наиболее полный фактический материал по распределению двадцати пяти химических элементов в почвообразующих комплексах и почвах Северного Кавказа приводится В.В. Дьяченко [8], что позволяет использовать его данные для характеристики особенностей компонентных геохимических полей микроэлементов в горных породах и почвах высокогорной области. С этой целью проведено сравнение данных В.В. Дьяченко с кларковыми уровнями этих элементов в литосфере [1] и с региональным кларком горных пород Северного Кавказа с помощью расчета коэффициентов концентрации (K_k). В качестве критерия геохимической специализации горных пород в работе приняты ассоциации элементов, коэффициенты концентрации которых превышают в 1,4 раза региональный фон. Для оценки других элементов по значениям коэффициентов концентрации использована градация, предложенная Е.П. Сорокиной и др. [4] и отражающая накопление элемента относительно регионального фона ($K_k > 1,2$), соответствие региональному фону ($K_k = 1,2-0,8$) и дефицит элемента ($K_k < 0,7$). Классификация элементов в породах проводилась в соответствии со схемой геологической классификации В. М. Гольдшмита [9].

Результаты исследований и их обсуждение

Компонентные литогеохимические поля микроэлементов.

Контрастность распространенности и распределения микроэлементов в литогенной основе высокогорных ландшафтов Большого Кавказа обусловлена разнообразием и сложностью геологического строения, наличием

множества рудопроявлений и месторождений элементов. По особенностям геохимической специфики коренных горных пород, обусловленной их генезисом, выделяются компонентные литогеохимические поля микроэлементов Главного Кавказского, Бокового хребтов и Передового хребта. Эти поля располагаются в пределах самых древних оротектонических структур Кавказа.

Главный Кавказский и Боковой хребты являются составной частью горстантиклинория Большого Кавказа и зоной распространения образованных в догерцинский этап метаморфических и изверженных пород с рудопроявлениями Pb, Zn, Cu, Mo, а также радиоактивных элементов. Характеристики компонентных литогеохимических полей микроэлементов определяются геохимической специализацией преобладающих коренных пород, которые являются также и почвообразующими. Это протерозойские кристаллические сланцы и гнейсы, а также многочисленные интрузии гранитоидов.

В сравнении с глобальными параметрами распределения элементов для метаморфических пород характерным является повышенная концентрация относительно кларка литосферы Yb, Mo, Sn, W и пониженная Sr, Mn и P. Определение коэффициентов концентрации относительно регионального фона почвообразующих пород Большого Кавказа [8] дает следующие ряды элементов по тенденции накопления в кристаллических сланцах и гнейсах: $Mo > Y > Yb > Cu, W > V, Sn, Ga > Ni, Zr > Ag, Cr$. В ассоциацию микроэлементов, содержание которых соответствует региональному фону, входят Li, Ti, Nb, Sc, Zn, P, Ge, Be, Ba, Mn, Pb. В дефиците находится Sr. Геохимическая специализация данного комплекса пород определяется ведущей ассоциацией элементов-литофилов (Mo, Y, Yb, W, V) и халькофилов (Cu, Sn, Ga).

Химический состав гранитоидов, как кислых пород, определяет обогащение их относительно кларков литосферы K, Si и обеднение Mg, Ca, Ti, Fe [1]. А.Г.Назаров [10] в качестве наиболее типичных черт микроэлементного состава наиболее широко распространенных в Центральном Кавказе двуслюдяных гранитов отмечает обогащение их относительно кларка литосферы микроэлементами Y, Pb, Ti, Be и обеднение Mn, V, Cr, Zr, Nb, Cu, Zn, Yb, Mo, Ba. Кларку литосферы, по данным этого автора, соответствует содержание Ni, Ga, Sc, Sr. Согласно данным В. В. Дьяченко [8], уровень содержания элементов в гранитоидах Бокового хребта в большинстве случаев находится в интервале между кларками кислых и средних пород, что связано с особенностями минерального состава магматических пород Большого Кавказа. Существенным превышением над кларками кислых пород отличаются Pb, Ag, Sr, Ba, Mo, Cr, а ниже кларков – Y, Yb, Zr, Nb. Определение коэффициентов концентрации относительно региональных кларков этих элементов в почвообразующих породах Северного Кавказа дает следующие ряды элементов по тенденции накопления в гранитоидах: $Ga > Sn > Be > P > Pb > Nb$. Ассоциацию микроэлементов, содержание которых соответствует региональному фону, составляют Ag, Yb, Ti, Ba, Ge, Cu, Zn, W, V, Cr, Li, Sc. В дефиците отно-

сительно регионального фона находятся Ni, Mn, Sr. Геохимическую специализацию гранитоидов определяют элементы-халькофилы Ga и Sn.

В связи с этим, для компонентных литогеохимических полей микроэлементов Главного Кавказского и Бокового хребтов типичен повышенный геохимический фон литофильной (Mo, Y, Yb, W, V) и халькофильной (Cu, Ga, Sn) ассоциации элементов.

Структуры Передового хребта представляют зону развития преимущественно палеозойских пород пестрого состава и генезиса. Количественные показатели компонентного литогеохимического поля микроэлементов определяются преимущественно палеозойскими терригенно-вулканогенными, интрузивными, терригенными породами и протерозойскими метаморфическими образованиями, перекрытыми различными по мощности элювиальными, делювиальными и коллювиальными отложениями. Месторождения Cu, Zn, S, Au, Ag, Co формируют геохимические ореолы и потоки рассеяния в поверхностных отложениях.

Терригенно-вулканогенные отложения палеозоя в своем составе имеют переслаивание песчаников, глинистых сланцев, туфо-песчаников, филлитов, конгломератов, метаморфизованных магматических пород основного состава, которые характеризуются повышенными относительно кларков для сланцев и кларков для основных магматических пород концентрациями Pb, Ba и пониженными концентрациями Ni, Cu, Zn, Mn [11]. В пределах кларковых уровней находится содержание Sr и Cr. В целом отложения палеозоя закономерно отличаются повышенными содержаниями элементов группы железа в связи с наличием в своем составе основных пород [8]. По коэффициентам концентрации относительно химического состава почвообразующих пород Северного Кавказа элементы располагаются в следующий ряд: $Ag > Cu, Nb > Co > W, Y, Yb > Ni, Sc, Cr, V$. Соответствует региональному фону содержание элементов Mo, Li, Ga, Zr, P, Ti, Ge, Sn, Zn, Pb, Ba, Mn, Be. В дефиците по отношению к региональному фону находится Sr. Геохимическую специализацию терригенно-вулканогенных отложений палеозоя определяют элементы-халькофилы Ag и Cu, а также литофильный Nb.

Терригенные породы палеозоя представлены пестрыми кварцевыми песчаниками, алевролитами, глинистыми сланцами [12]. По концентрации большинства химических элементов породы размещаются между кларками песчаников (как правило, сравнительно низких) и кларками сланцев и глин (как правило, более высоких), но ближе к сланцам, что соответствует их большей распространенности на Северном Кавказе. Ряды коэффициентов концентрации относительно регионального кларка почвообразующих пород Северного Кавказа свидетельствуют о тенденции накопления в терригенных породах палеозоя большой группы элементов: $Cr, Ni > Nb > Y, Zr, Mo, V > Ga, Cu, Sc, Li$. На уровне соответствия региональному фону является содержание W, Sn, Co, P, Ti, Ge, Ag, Pb, Yb, Zn, Ba, Mn, Be. В дефиците по отношению

к региональному фону находится Sr. Геохимическая специализация данных пород определяется ведущей ассоциацией элементов-литосидерофилов (Ni и Cr) и литофилов (Nb).

Таким образом, особенностями компонентного литогеохимического поля микроэлементов Передового хребта является повышенная концентрация литофильной (Nb, частично Sr, Mn, Ba), халькофильной (Ag, Cu) и литосидерофильной (Ni и Cr) ассоциаций элементов с наличием аномальных концентраций Cu, Zn, S, Au, Ag, Co на их месторождениях, что подчеркивает региональную специфику таких геохимических полей.

Компонентные педогеохимические поля микроэлементов.

В изучаемом регионе условия почвообразования отличаются значительной пространственной неоднородностью, что обуславливает формирование различных растительных сообществ и дифференциацию почвенного покрова [13]. В почвах ландшафтных округов совокупным влиянием процессов механогенеза, гидрогенеза, биогенеза и ландшафтно-геохимического сопряжения формируются компонентные относительно однородные педогеохимические поля микроэлементов, обладающие большей дискретностью, чем литогеохимические поля. Дискретность проявляется на уровне ландшафтных высотных поясов.

В Лабино-Тебердинском округе пихтовых лесов и высокогорных лугов сравнительный анализ содержания микроэлементов по ландшафтным высотным поясам показывает наиболее высокие концентрации большинства химических элементов (кроме Sn и Sr) в почвах скально-нивального ландшафтного пояса. В связи со слабым проявлением почвообразующих процессов, почвенный мелкозем нивальной зоны наследует основную долю микроэлементов от коренных горных пород. В горно-луговых почвах ландшафтного пояса высокогорных лугов отмечается снижение концентраций большого ряда химических элементов Cu, Ag, Sn, Mo, W, Co, Ni, Ti, V, Cr, Ga, P, Li, Y, Yb, Sc, Zr, Be и др. (восемнадцать элементов из двадцати пяти) до самых низких значений по сравнению с другими высотными поясами. Усложнение процессов почвообразования и увеличение емкости биологического круговорота по сравнению с нивальной зоной вызывает увеличение количества подвижных продуктов выветривания, почвообразования и биогенеза в горно-луговых почвах. Вследствие свободного внутреннего дренажа почвенной толщи происходит интенсивное выщелачивание подвижных форм микроэлементов за пределы почвенного профиля, которое превалирует над их аккумуляцией.

В горно-лесных бурых почвах высотного пояса среднегорий смешанных и темнохвойных лесов самыми низкими содержаниями по сравнению с почвами других ландшафтных поясов Лабино-Тебердинского округа характеризуются Zn, Pb, Ba, Mn, Sr, Ge, Nb. Концентрации остальных химических

элементов более высокие, чем в горно-луговых почвах. Накопление микроэлементов в горно-лесных почвах может быть обусловлено их удержанием на достаточно емких органических (подстилка, опад) и органо-минеральных (гумусовые горизонты) биогеохимических барьерах, связанных с биологическим круговоротом веществ в хвойных и смешанных лесах.

В Тебердино-Эльбрусском округе сосновых, сосново-пихтовых лесов и высокогорных лугов дифференциация геохимического поля микроэлементов в целом повторяет особенности распределения между ландшафтными высотными поясами в Лабино-Тебердинском округе. Почвы скально-нивального и субнивального высотных поясов имеют самые высокие концентрации по содержанию практически всех элементов, за исключением Zn, Sn, Mn, Sr, Yb и P. Обогащенность скально-нивального мелкозема элементами обусловлена присутствием в качестве породообразующих минералов плагиоклазов, микроклинов, пироксенов, амфиболов, слюд (биотита, мусковита), оливина, акцессорных циркона, граната, апатита и др.

Почвы ландшафтного высотного пояса высокогорных лугов в сравнении с аналогичным поясом в Лабино-Тебердинском округе обеднены большим количеством элементов – двадцатью одним из двадцати пяти. Относительно почв других высотных поясов в почвах высокогорных лугов накапливаются Mn и Sr. В ландшафтном высотном поясе среднегорий сосновых лесов горно-лесные почвы отличаются усредненными концентрациями большинства элементов, которые более высокие, чем для горно-луговых почв и более низкие, чем для почв скально-нивального пояса. Для Zn, Sn, P, Y, Yb и Nb в горно-лесных почвах характерно наиболее высокое накопление, чем в других высотных поясах.

В Кубано-Терском округе сосновых лесов и высокогорных лугов примитивные почвы скально-нивального ландшафтного пояса также отличаются наиболее высокими содержаниями большинства элементов (кроме Sn, Sr, Yb и Zr), что подчеркивает их высокую зависимость от литогеохимического фона. Горно-луговые почвы пояса высокогорных лугов вследствие интенсивного выщелачивания в кислой среде характеризуются относительно низкими концентрациями девятнадцати элементов из двадцати пяти (Cu, Ag, Sn, Mo, W, Co и др.). Содержание микроэлементов в горно-лесных маломощных слабоподзолистых почвах высотного пояса лесов среднегорий является промежуточным между примитивными почвами скально-нивального пояса и горно-луговыми. Относительное накопление здесь типично для Sn, Sr, Yb и Zr.

В пределах трех округов Эльбрус-Казбековской высокогорной ландшафтной подобласти существует сходная пространственная структура в размещении микроэлементов в почвах по ландшафтным высотным поясам – высокие концентрации в скально-нивальном поясе, относительно низкие в поясе субальпийских и альпийских лугов и промежуточные между ними в почвах среднегорий хвойных лесов. Поскольку в каждом округе ландшафт-

ные высотные пояса последовательно сменяют друг друга по мере снижения абсолютных отметок, возможно их рассмотрение в качестве составных частей мезокаскадных почвенно-геохимических систем округов. В таком случае для характеристики общей мезоструктуры компонентного педогеохимического поля округа возможно применение латерального анализа с определением коэффициента латеральной дифференциации L [14] или *коэффициента высотно-поясной латеральной дифференциации ($L_{вп}$)*. Группы элементов с различной интенсивностью высотно-поясной латеральной дифференциации отражают общие отличия геохимических полей микроэлементов в почвах по ландшафтным высотным поясам высокогорий (табл. 1 и 2). Среднее значение коэффициента высотно-поясной латеральной дифференциации предлагается использовать в качестве фоновой ландшафтно-геохимической характеристики компонентного педогеохимического поля микроэлементов ландшафтного высотного пояса.

Таблица 1. ХАРАКТЕРИСТИКА КОМПОНЕНТНОГО ПЕДОГЕОХИМИЧЕСКОГО ПОЛЯ МИКРОЭЛЕМЕНТОВ ЛАНДШАФТНОГО ПОЯСА ВЫСОКОГОРНЫХ ЛУГОВ

Округ	Сильный вынос, $L_{вп} < 0,8$	Средний вынос, $L_{вп} = 0,8-0,9$	Слабый вынос, $L_{вп} = 1,0-0,9$	Слабое накопление, $L_{вп} > 1,0$	Среднее значение $L_{вп}$
Лабино-Тебердинский	W, Mo, Sc, Zr	Ag, V, Cr, Ba, P, Y, Ni	Pb, Co, Ge, Be, Zn, Cu, Sn, Li, Ti, Ga, Yb, Nb, Mn	Sr	0,88
Тебердино-Эльбрусский	W, Mo, Sc, Zr	Ag, Cr, V, Ni, Pb, Co, Zn, Ba, Ga, Y, Be	Cu, Ge, Li, Sn, Nb, P, Ti, Yb	Mn, Sr	0,86
Кубано-Терский	W, Mo, Ag, Zn	Sc, Ni, Be, V, Nb, Y, Co, Sn, Pb, Ba, Ge, P, Yb, Cu, Cr, Ga, Zr	Li, Ti, Mn	Sr	0,85

Относительно примитивных почв скально-нивального и субнивального поясов, почвы ландшафтного пояса высокогорных лугов во всех округах сильно обеднены W, Mo, Sc и Ag. Слабым накоплением во всех округах характеризуется содержание Sr и Mn. Значение коэффициента высотно-поясной латеральной дифференциации здесь последовательно уменьшается при движении с запада на восток от 0,88 до 0,85. Снижение среднего значения коэффициента $L_{вп}$ связано с увеличением интенсивности выноса из горнолуговых почв Cu, Zn, Ag, Ge, Sn, Nb, P и Yb, и, видимо, ослаблением биогенеза и биогенного аккумуляирования в более континентальных и засушливых условиях Кубано-Терского округа по сравнению с хорошо увлажняемым Лабино-Тебердинским.

Таблица 2. ХАРАКТЕРИСТИКА КОМПОНЕНТНОГО ПЕДОГЕОХИМИЧЕСКОГО ПОЛЯ МИКРОЭЛЕМЕНТОВ ЛАНДШАФТНОГО ПОЯСА СРЕДНЕГОРИЙ ХВОЙНЫХ ЛЕСОВ

Округ	Средний вынос, $L_{вп} = 0,8-0,9$	Слабый вынос, $L_{вп} = 1,0-0,9$	Слабый захват, $L_{вп} > 1,0-1,1$	Слабое накопление, $L_{вп} > 1,1$	Среднее значение $L_{вп}$
Лабино-Тебердинский	Pb, Sr, Mn	Ba, Zn, Nb	Cu, Sn, Co, Ti, Ga, P, Li, Yb, Be	Mo, Zr, Y, Ag, W, Ni Cr, Sc	1,04
Тебердино-Эльбрусский	Sr	Mn, Be	Cu, Ba, Co, Ti, Ga, Ge, Li, Y, Yb, Nb,	W, Zr, Zn, Ag, Mo, Sn, Sc, P, Pb, Ni, Cr,V	1,09
Кубано-Терский	Pb	Ba, Zn, Mn, Ge, Sr	Cu, Mo, Co, Ni, Ti, Ga, P, Li	W, Zr, Ag, V, Yb, Y, Sn, Nb, Sc, Be, Cr,	1,1

В почвах среднегорий хвойных лесов происходит снижение концентраций небольшой группы элементов (Pb, Sr, Mn, Ba, Zn), а для остального большинства элементов характерно увеличение содержаний, особенно интенсивное для Mo, W, Zr, Ag (табл. 2). Среднее значение коэффициента высотно-поясной латеральной дифференциации во всех округах превышает 1,0 и несколько увеличивается от Лабино-Тебердинского округа (1,04) до Кубано-Терского (1,1).

В соответствии с преобладающими факторами формирования особенностей распределения микроэлементов можно выделить следующие генетические группы компонентных педогеохимических полей микроэлементов в высотных ландшафтных поясах высокогорий: органо-минеральное, биогенно-выщелачиваемое и биогенно-емкое.

Органо-минеральное педогеохимическое поле

микроэлементов формируется в пределах скально-нивального и субнивального высотных поясов и отличается слабой органо-минеральной аккумуляцией и обогащением большинством микроэлементов за счет геологического фона. Вещественный минеральный состав примитивных почв наследуется от химического и минералогического состава почвообразующих коренных горных пород, в которых преобладают устойчивые к процессам выветривания минеральные компоненты. Активно аккумулируются подвижные соединения элементов в нивальном мелкозем за счет деятельности низшей растительности – мхов, лишайников, водорослей, грибов [15, 10, 16, 17].

Биогенно-выщелачиваемое педогеохимическое поле

микроэлементов складывается в поясе высокогорий луговых ассоциаций. Характерным является обеднение почв микроэлементами,

обусловленное энергичным кислым выщелачиванием многих химических элементов в условиях холодного и влажного климата. Скорость биогеохимического круговорота пониженная и в ландшафтах лимитируется недостатком тепла. За счет биогеохимического круговорота и взаимодействия с породами формируются слабокислые, преимущественно гидрокарбонатно-кальциевые воды. Из-за резкой их ненасыщенности из почв выносятся большинство элементов, в том числе и сравнительно малоподвижных [1].

Биогенно-емкое педогеохимическое поле микроэлементов

характерно для высотного пояса хвойных лесов. Горные хвойные леса характеризуются большой емкостью биологического круговорота с высоким содержанием зольных элементов и доминирующей ролью кальция в нем [13]. Накопление элементов обуславливается биологическим поглощением и удержанием на органо-минеральных биогеохимических барьерах. Несколько повышенные концентрации микроэлементов формируются также за счет накопления веществ, интенсивно выносящихся из вышерасположенных почв пояса высокогорий луговых ассоциаций.

Выводы

В последние годы уделяется все большее внимание рассмотрению представления о геохимических полях с позиций геохимии ландшафта. Понятие «геохимическое поле», применяемое в геохимии для анализа континуальности распределения химических элементов в земной коре, распространилось на отдельные компоненты и подсистемы ландшафта. При этом изучение состава и структуры, а также и территориальной дифференциации геохимических полей должны проводиться с учетом конкретных географических условий. Выявленная типология компонентных лито- и педогеохимических полей микроэлементов в высокогорных и среднегорных районах Большого Кавказа подтверждает эволюционную дифференциацию и усложнение геохимического пространства в ходе изменений структуры ландшафтов региона с позднего кайнозоя.

Библиографический список

1. Башкин В.Н., Касимов Н.С. Биогеохимия. М.: Научный мир, 2004.
2. Геохимические барьеры в зоне гипергенеза / под ред. Н.С. Касимова, А.Е.Воробьева. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2002.
3. Ферсман А.Е. Избранные труды. М.: АН СССР, 1953–1959. Т. 1–5.
4. Верховская Л.А., Сорокина Е.П. Математическое моделирование геохимического поля в поисковых целях. М.: Недра. 1981.
5. Пиковский Ю.И., Геннадиев А.Н., Краснопеева А.А., Пузанова Т.А. Природные и техногенные геохимические поля в почвах: концепция, типология, индикационное значение / Геохи-

- мия ландшафтов и география почв. 100 лет со дня рождения М.А. Глазовской / под ред. Н.С. Касимова, М.И. Герасимовой. М.: АПР, 2012. С. 236–258.
6. Шальнев В.А. Эволюция ландшафтов Северного Кавказа. Ставрополь: Изд-во СГУ, 2007.
 7. Шальнев В.А., Ковалева Т.Г., Настатуха Д.С. Древние оледенения и трансформация высотной поясности среднегорных и высокогорных ландшафтов Западного Кавказа (на примере долины Гондарай) // Наука. Инновации. Технологии. 2016. № 1. С. 133–146.
 8. Дьяченко В.В. Геохимия и оценка состояния ландшафтов Северного Кавказа: дис. ... д-ра геогр. наук. Новороссийск, 2004. 36 с.
 9. Гольдшмит В.М. Принципы распределения химических элементов в минералах и горных породах // Геохимия редких элементов. М.-Л.: ГОНТИ НКТП СССР, 1930. С. 215–242.
 10. Назаров А.Г. Геохимия высокогорных ландшафтов. М.: Наука, 1974.
 11. Санникова А.Б. Тяжелые металлы в почвах и растениях геохимических ландшафтов Северо-Западного Кавказа: автореф. дис. ... канд. геогр. наук. Новороссийск, 2005. 22 с.
 12. Черкасов М.И. Инженерно-геологическое районирование Северного Кавказа. Ростов н/Д.: Изд-во РГУ, 1985.
 13. Владыченский А.С. Особенности горного почвообразования. М.: Изд-во Наука, 1998.
 14. Современные методы географических исследований: Кн. для учителя / К.Н. Дьяконов, Н.С. Касимов, В.С. Тикунов. М.: Просвещение, 1996.
 15. Глазовская М.А. Выветривание горных пород в нивальном поясе Центрального Тянь-Шаня // Труды Почвенного ин-та им. В.В. Докучаева. Т. 34. 1950.
 16. Парфенова Е.И. Исследование примитивных горно-луговых почв на диоритах хребта Машиго (Сев. Кавказ) // Труды Почвенного ин-та им. В.В. Докучаева, т. 34, 1960.
 17. Полынов Б.Б. Избранные труды. М.: Изд-во АН СССР, 1956.

References

1. Bashkin V.N., Kasimov N.S. Biogeokhimiya (Biogeochemistry). M.: Nauchnyy mir. 2004.
2. Geokhimicheskiye baryery v zone gipergeneza (Geochemical barriers in the zone of hypergenesis) / Pod red. N.S.Kasimova. A.E.Vorobyeva. M.: Izd-vo Mosk. Un-ta. 2002.
3. Fersman A.E. Izbrannyye trudy (Selected works). M.: AN SSSR. 1953-1959. T. 1-5.
4. Verkhovskaya L.A., Sorokina E.P. Matematicheskoye modelirovaniye geokhimicheskogo polya v poiskovykh tselyakh (Mathematical modeling of geochemical fields in the search order). M.: Nedra. 1981.
5. Pikovskiy Y.I., Gennadiyev A.N., Krasnopeyeva A.A., Puzanova T.A. Prirodnyye i tekhnogennyye geokhimicheskiye polya v pochvakh:

- kontseptsiya. tipologiya. indikatsionnoye znachenije (Natural and anthropogenic geochemical fields in the soil: concept, typology, the indicator value) / Geokhimiya landshaftov i geografiya pochv. 100 let so dnya rozhdeniya M.A.Glazovskoy / Pod red. N.S. Kasimova, M.I. Gerasimovoy. M.: APR. 2012. P. 236–258.
6. Shalnev V.A. Evolyutsiya landshaftov Severnogo Kavkaza (The evolution of the landscapes of the North Caucasus). Stavropol: Izd-vo SGU. 2007.
 7. Shalnev V.A., Kovaleva T.G., Nastatukha D.S. Drevniye oledeneniya i transformatsiya vysotnoy poyasnosti srednegornyykh i vysokogornyykh landshaftov Zapadnogo Kavkaza (na primere doliny Gondaray) (Ancient glaciation and the transformation of altitudinal zonation middle and high mountainous landscapes of the Western Caucasus (on the example of the valley Gondry) // Nauka. Innovatsii. Tekhnologii. 1. 2016. P.133–146.
 8. Diachenko V.V. Geokhimiya i otsenka sostoyaniya landshaftov Severnogo Kavkaza: (Geochemistry and assessment of landscapes of the North Caucasus): dis. d-ra. geogr. nauk. Novorossiysk. 2004. 36 p.
 9. Goldshmit V.M. Printsipy raspredeleniya khimicheskikh elementov v mineralakh i gornyykh porodakh (The principles of distribution of chemical elements in minerals and rocks) // Geokhimiya redkikh elementov. M.-L.: GONTI NKTP SSSR. 1930. P. 215–242.
 10. Nazarov A.G. Geokhimiya vysokogornyykh landshaftov (Geochemistry of alpine landscapes). M.: Nauka. 1974.
 11. Sannikova A.B. Tyazhelye metally v pochvakh i rasteniyakh geokhimicheskikh landshaftov Severo-Zapadnogo Kavkaza (Heavy metals in soils and plants in the geochemical landscapes of the Northwest Caucasus): avtoref. dis. ... kand. geogr. nauk. Novorossiysk. 2005. 22 p.
 12. Cherkasov M.I. Inzhenerno-geologicheskoye rayonirovaniye Severnogo Kavkaza (Engineering-geological zoning of the North Caucasus). Izd-vo RGU. 1985.
 13. Vladychenskiy A.S. Osobennosti gornogo pochvoobrazovaniya (Features of the mountain soil formation). M.: Izd-vo Nauka. 1998.
 14. Sovremennyye metody geograficheskikh issledovaniy (Modern methods of geographical research) / K.N. Diakonov, N. S. Kasimov, V. S. Tikunov. M.: Prosveshcheniye: Ucheb. lit. 1996.
 15. Glazovskaya M.A. Vyvetrivaniye gornyykh porod v nivalnom poyase Tsentralnogo Tyan-Shanya (Weathering of rocks in the Nival zone of Central Tien-Shan). Trudy Pochvennogo in-ta im. V.V. Dokuchayeva. t. 34. 1950.
 16. Parfenova E.I. Issledovaniye primitivnykh gorno-lugovykh pochv na dioritakh khrebt Mashigo (Sev.Kavkaz) (The study of primitive mountain-meadow soils on the diorite ridge, Mashigo (North Caucasus). Trudy Pochvennogo in-ta im. V.V. Dokuchayeva. t. 34. 1960.
 17. Polynov B.B. Izbrannyye trudy (Selected works). M.: Izd-vo AN SSSR. 1956.

УДК 911.3:314

Искалиев Д.Ж. [Iskaliyev D.Zh.]

ГОРОДСКОЕ РАССЕЛЕНИЕ КАЗАХСТАНА: ТЕНДЕНЦИИ И ФАКТОРЫ

**The urban settlement in Kazakhstan:
trends and factors**

Урбанизация – один из важнейших социально-экономических процессов, определяющих глубокую структурную дифференциацию существующих городов и вызывающих значительные изменения в экономике и социальной жизни страны. Всестороннее изучение этого процесса имеет большое научное и практическое значение. В статье рассматриваются результаты исследования городского расселения Казахстана на основе анализа урбанистической системы страны с использованием теоретической закономерности (правило «ранг-людность», именуемой также закон Ауэрбаха-Ципфа). Представлен обзор некоторых модификаций закона Ауэрбаха-Ципфа, проанализированы подходы ряда авторов, объясняющих причины соответствия и несоответствия системы городского расселения Казахстана закономерности «ранг-людность». Анализ рангового распределения городов Казахстана по численности населения построенных по данным Всесоюзной и двух Национальных переписей населения, а также материалов текущего учета (в 1989, 1999, 2009 и 2016 гг.) показал, что переход к рыночным отношениям не внес ожидаемых изменений в урбанистическую систему Казахстана. Выявлены причины этого явления.

Urbanization is one of the important socio-economic processes associated with deep structural division of the existing cities and causing significant changes in the economy and social life of the country. Thorough study of this process is of great scientific and practical importance. The article discusses the results of empirical research of urban settlement in Kazakhstan, on the basis of the analysis of the urban system of the country for conformity to the theoretical law rule of "rank – populous", also known as the Auerbach- Zipf law. The article also presents an overview of some modification of the Auerbach- Zipf law and considers the arguments of various authors to explain the causes of conformity and not conformity to the system of urban settlement patterns. According to the results of the analysis of the ranking of Kazakhstan's cities by population, and with analysis of Soviet censuses and two national censuses and current records (in 1989, 1999, 2009 and 2016), it was established that the transition to a market economy has not brought the expected changes in the urban system of Kazakhstan.

Ключевые слова: городское расселение Республики Казахстан; сеть городов; система городского расселения; Закон Ауэрбаха-Ципфа; правило «ранг – людность».

Key words: the city of the Republic of Kazakhstan, a network of cities, urban resettlement, Auerbach- Zipf law, the rule of "rank – populous".

Введение

Урбанизация – важный фактор динамики населения и системы расселения. Место города в системе расселения в значительной мере определяется численностью его населения, являющегося к тому же важным экономическим показателем, так как в существенной степени экономическое зна-

чение города может быть охарактеризовано суммарным ежегодным доходом его жителей или суммарным уровнем совокупного богатства, которым они располагают.

В понимании процессов эволюции системы городского расселения постсоветских стран есть две основные теории. Первая основана на идее множественности пространственного равновесия, которая получила обоснование в теории новой экономической географии. Она основывается на предположении, что переход от нерыночных механизмов регулирования пространственного развития к рыночным должен привести к изменению системы городского расселения страны [19, 6]. Согласно второй теории, системы расселения отличаются высокой стабильностью. К ним относятся закон Ципфа и концепция географического и исторического детерминизма [21, 6].

Модель «центр-периферия» гласит, что на распределение экономической активности в пространстве в условиях рыночных экономики влияют издержки взаимодействия, эффект масштаба, размер рынка и разнообразие производимых продуктов. В результате может формироваться поляризованная либо рассредоточенная пространственная структура производства и занятости. Возможны разные комбинации поляризации и дисперсии и, соответственно, разные пространственные модели экономического развития [19, 6].

Приверженцы географического и исторического детерминизма утверждают, что географические, климатические и исторические факторы обеспечивают большую устойчивость системы расселения, а пространственное равновесие неизменно.

Поиски эмпирических обоснований опираются на предположение, что смена равновесия и переход к другой системе расселения могут произойти вследствие крупных потрясений или изменения исторических трендов в развитии страны [6].

Стабильность пространственных пропорций, которая, несмотря на серьезные разрушения и катаклизмы, наблюдается во многих странах, является аргументом сторонников географического и исторического детерминизма. Однако следует учесть, что некоторые страны могут не располагать большими возможностями для пространственного маневра. Высокая плотность населения, практически полное освоение территории, отсутствие подходящих промышленных площадок, особенности рельефа и климата могут ограничить формирование альтернативных схем размещения населения и производства. Исторические и культурные связи также работают в направлении сохранения традиций, в том числе в отношении мест проживания: они сдерживают мобильность населения и закрепляют сложившуюся систему расселения [6].

Материалы и методы исследований

Для анализа и оценки изменений в системе городского расселения страны большинство исследователей используют правило «ранг-людность» (Закон Ауэрбаха-Ципфа): если присвоить каждому городу исследуемого района порядковый номер («ранг»), соответствующий тому месту, которое он занимает по людности (в порядке убывающей численности населения), то обнаруживается, что людность данного пункта как-то зависит от людности самого крупного (первого по рангу) города. Эта зависимость, которую обычно называют правилом «ранг – людность», можно записать в виде формулы [8]

$$P_n = P_1/n^1 \quad (1),$$

где P_n – людность города ранга n ,
а P_1 – людность самого большого, «первого» города.

Эта формула просто констатирует, что (в идеализированном случае, когда $q = 1$) население «первого» города, как можно ожидать, будет в 4 раза больше, чем четвертого по людности города данной территории. Выразив это соотношение в логарифмической форме:

$$\ln P_n = \ln P_1 - q \ln n \quad (2),$$

можно рассматривать его как логарифмически нормальное распределение, и на графике такой зависимости (по оси абсцисс – логарифм ранга, по оси ординат – людности) мы получим прямую линию с уклоном – q [8].

Эта закономерность была выявлена чисто эмпирически и хорошо согласуется с данными по городам США, однако при ее проверке для других стран обнаружился ряд существенных расхождений. В связи с этим была предложена более общая форма зависимости, где вместо P_1 использовалась некоторая константа C , а также было предложено возвести знаменатель дроби в некоторую степень q (формула предложенная Б. Мандельбротом) [3]:

$$P_n = Cn^{-1} \quad (3),$$

где C и q – некоторые константы (C – константа, коэффициент;
 q – коэффициент парной линейной регрессии (наклон логарифмической прямой));

при этом, естественно, данное равенство понимается как некоторая теоретическая модель, которая лишь приблизительно соответствует эмпирическим данным, в частности для $n = 1$, $P_1 = C$ [3].

Коэффициенты C и q вычисляются для конкретного района и конкретного интервала расчета, т.е. привязываются к конкретной выборке. Их значения оцениваются в обычной технике эконометрического анализа, например, по методу наименьших квадратов после предварительного логарифмирования исходного уравнения [3]:

$$\ln P_n = \ln C - q \ln n \quad (4)$$

Анализируя представленные показатели, можно отметить следующие моменты [9]:

- 1) $P_1 \neq C$, т.е. из расчета полностью исключается первый город страны (экономического района, региона). Его влияние на развитие остальных городов не учитывается;
- 2) $q \neq 1$, т.е. в расчеты вводится дополнительный поправочный коэффициент, изменяемый по времени. В табл. 4 приводятся полученные нами в результате расчетов значения коэффициентов для Казахстана (см. табл. 4).

Отказ от точных равенств $q = 1$ и $C = P_1$ позволяет значительно повысить общую точность модели т.е. в целом, позволяет сократить расхождения между фактическими и расчетными данными. Каждый отдельный город может при этом существенно отклоняться по численности от своего расчетного значения, даже если модель в целом статистически вполне достоверна [3].

Получив значения констант C и q и зная общее количество городов страны, можно легко рассчитать приблизительную численность всего городского населения страны – P_m .

$$\ln P_m = C + C/2 + C/3 + \dots + C/n = C (1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n) \quad (5) [3]$$

В 1964 году Ю.В. Медведковым была предложена модифицированная формула Ципфа, дополненная коэффициентом первенствования:

$$H_j = k^{-1} H_1 j^{-a} \quad (6),$$

где H_j – людность j -го города в ранжированном ряду;
 H_1 – людность «первого» города;
 j – порядковое число города в ранжированном ряду; параметр k отражает степень гипертрофии «первого» города, обычно наблюдающейся;
 $-a$ – показатель степени, присущий данной системе.

Параметры k и a находят методом регрессии [5].

Использование коэффициента первенствования позволяет как бы вынести за скобки гипертрофированные или, наоборот, «недоразвитые» столицы и после этого рассмотреть соответствие системы городского расселения правилу «ранг-людность». Из рассмотрения исключается первый город, затем для остальных городов производится линейная аппроксимация теоретической прямой с помощью метода наименьших квадратов. При этом полученная прямая только в качестве редкого исключения образует угол в 45 градусов с осями координат, т.е. показатель степени при n будет либо больше, либо меньше единицы. Пересечение полученной прямой с осью Y дает теоретическую людность первого города, на которую и делится реальная людность первого города. Полученная величина и есть коэффициент первенствования, который может быть, как больше, так и меньше единицы. Последнее имеет место в случае недостаточного развития национальных или региональных столиц. Можно предположить, что вычисленные коэффициенты первенствования позволяют сравнивать степень «недоразвитости» или гипертрофированности разных систем городского расселения друг с другом или во времени.

Несмотря на широкое применение закона Ауэрбаха-Ципфа и его различных модификаций, теоретического объяснения как самому линейному распределению, так и его отклонениям не дано до сих пор. Экономисты М. Фудзита, П. Кругман, Э. Венейблс в своей книге «Пространственная экономика» утверждают: «...это представляет действительную интеллектуальную проблему для нашего понимания городов...» [20].

Большинство исследователей сходятся во мнении, что объяснением этого закона служат экономические предпосылки и случайные процессы. Экономическое объяснение основывается на балансировании транспортных издержек, положительном и отрицательном внешнем влиянии, разнице в производительности. Основная проблема такого разделения заключается в том, что сложно увидеть, как различные экономические структуры производят одинаковую балансировку сил [9].

Ричард Флорида в своей книге «Креативный класс: люди, которые меняют будущее» приводит пример того как распределение креативного класса в городах США согласуется с распределением этих городов согласно правилу «ранг-размер». Он считает, что это подтверждает фундаментальное представление о том, как важна для экономического роста городов их способность привлекать креативных людей [10].

Если обратиться к более ранним исследованиям, то, согласно Хаггету, правило «ранг – людность», хотя и не выполняется со всей точностью, может служить полезной основой для обобщения данных, о распределении населения внутри изучаемого района [8]. Ципф (Zipf, 1949) считает, что правило выдерживается только в тех случаях, когда изучаемая территория

представляет целостный район, а не часть более крупного района. Стюарт (Stewart, 1958) полагает, что отклонения должны быть сильнее в географически однородных, сравнительно хорошо заселённых аграрных странах, где много небольших городов, и, наоборот, соотношение должно хорошо выполняться в промышленных странах (главным образом благодаря наличию там крупных промышленных центров), а также в районах с высокой плотностью сельского населения и с равномерным распределением всего населения по территории. Стюарт, сопоставляя число жителей самого крупного и следующего за ним по людности города, пришел к выводу, что фактическое соотношение сильно варьирует и не укладывается в идеализированную формулу. Он установил, что для крупных стран этот показатель ниже, чем для малых [8].

Закон Ауэрбаха-Ципфа является частным случаем степенных рядов, т.е. его проявление является подтверждением фрактальной природы экономических и социальных систем. Отношения между элементами большой системы, вступающими в конкуренцию за какой-либо ограниченный ресурс, математически описываются с помощью гиперболических ранговых распределений. Относительно территориального развития городских систем данная закономерность характеризуется применением правила «ранг – людность»: при свободном «органическом» формировании системы городского расселения на каждой территории складывается сеть городов с равномерно убывающим числом жителей. Взаимодействие элементов, приводящее к их ранжированию по правилу «ранг – людность» сообщает всей системе устойчивость развития. Подавление свободы элементов, наоборот, приводит к отклонению ранжирования от степенного закона и является сигналом накопления потенциальных кризисных явлений. Следуя этой логике, некоторые исследователи приписывают правилу «ранг – людность» функцию индикатора рыночности или нерыночности формирования системы городского расселения страны [1, 3, 4].

Результаты исследований и их обсуждение

Система городского расселения Казахстана, сформировавшаяся при плановой и развивающаяся в условиях перехода к рыночной экономике, может послужить площадкой для проверки применимости экономической интерпретации правила «ранг – людность» (закон Ауэрбаха-Ципфа).

В 2016 году ранговое распределение городов Казахстана по численности населения возглавил город республиканского значения, бывшая столица и единственный город-миллионер страны г. Алматы (1,7 млн чел.), вторым стал крупнейший город Южного Казахстана – г. Шымкент (886 тыс. чел.), третьим городом по рангу – нынешняя столица г. Астана (872 тыс. чел.). Группа крупных городов представлена преимущественно городами,

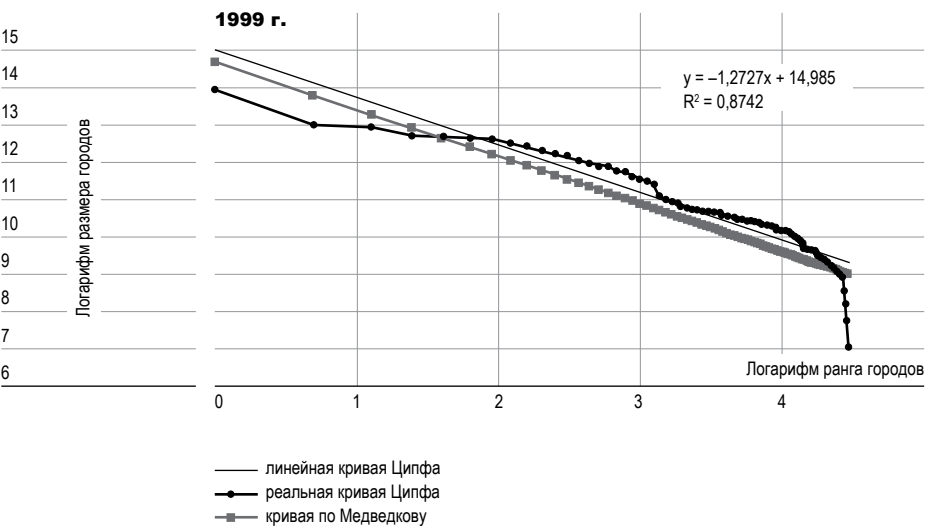
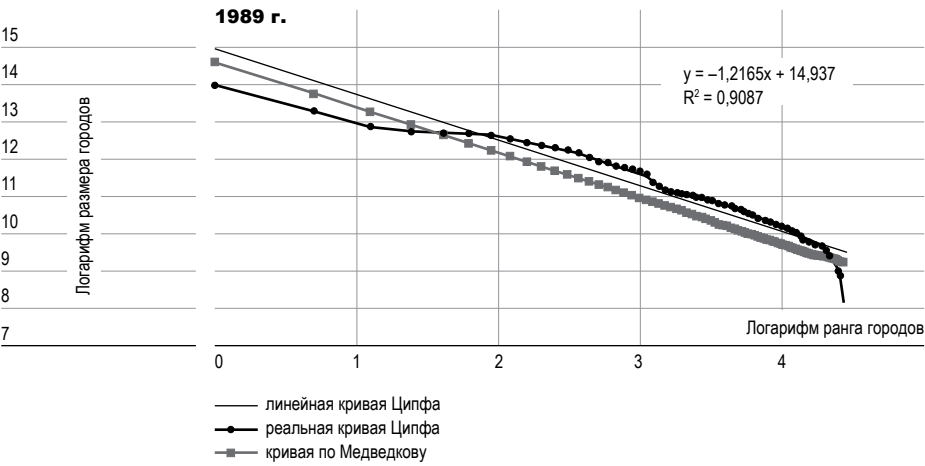
сочетающими функции областного центра и крупного индустриального центра. Первый в этой группе – г. Караганда (497,8 тыс. чел.), последний – г. Семей (318 тыс. чел.) – не имеет статуса областного центра с 1997 года. В группу больших входит 13 городов, из них восемь – областные центры. Последний по численности населения из областных центров город Талдыкорган (140 тыс. чел) получил статус областного центра в 1997 г. Группа средних городов представлена в основном индустриальными центрами, возглавляют список города Жезказган (86,4 тыс. чел) и Балхаш (71,8 тыс. чел). Группа малых городов также представлена в основном монопрофильными индустриальными центрами [18].

Для анализа динамики системы городского расселения Казахстана, по данным всесоюзной и двух национальных переписей а также материалов текущего учета (в 1989 г., 1999 г., 2009 г. и 2016 гг.), были составлены ранговые распределения городов страны по численности населения. Ранжирование городов проведено только с учетом городского населения. В выборку включены только населенные пункты, имеющие статус города по состоянию на соответствующий год вне зависимости от численности населения. Результаты ранжирования представлены на двойной логарифмической шкале.

На графиках представлены облака точек реального ранжирования городов и ряд линии построенных по формулам Мандельброта (3) и Медведкова (5), аппроксимирующих это облако. Линейная регрессия реальной кривой ранжирования городов (на графиках обозначенная как *Линейная (Реальная кривая Ципфа)*) соответствует линейной зависимости по формуле Б. Мандельброта (формула 3). Далее для краткости изложения каждую из этих аппроксимирующих линий будем называть «модель Мандельброта» и «модель Медведкова» соответственно.

Стоит отметить, что интерес представляют не только динамика кривых относительно осей и относительно друг друга, но и количественное выражение этих смещений (табл. 4).

Модель Мандельброта (на графике *линейная (реальная) кривая Ципфа*) в качестве показателя «первого города» использует свободный член линии оценки (число полученное на пересечении этой линии с осью ординат), а значение численности населения в теоретической ранговой последовательность городов зависит от углового коэффициента. При этом в модели Мандельброта суммарная численность населения городов превышает его реального значения. Так, например, превышение численности населения первого города над реальным значением выросла с 2,7 раза в 1989 г. до 3,4 раза в 2016 г. А суммарная численность населения городов превысила реальное значение до 133 % в 1989 году и возрасла до 154 % в 2016 г. Это означает, что, согласно данной модели, доля суммарной численности населения городов в общей численности населения должна была вырасти с 64 % в 1989 г. до 86,3 % в 2016 году.



Линейная зависимость по формуле Медведкова (на графике *кривая по Медведкову*) в качестве показателя «первого города» использует реальное значение населения первого в ранге города, скорректированное по коэффициенту первенствования, а значение численности населения в теоретической ранговой последовательности городов зависит от углового коэффициента, присущего данной системе. В модели Медведкова суммарная численность

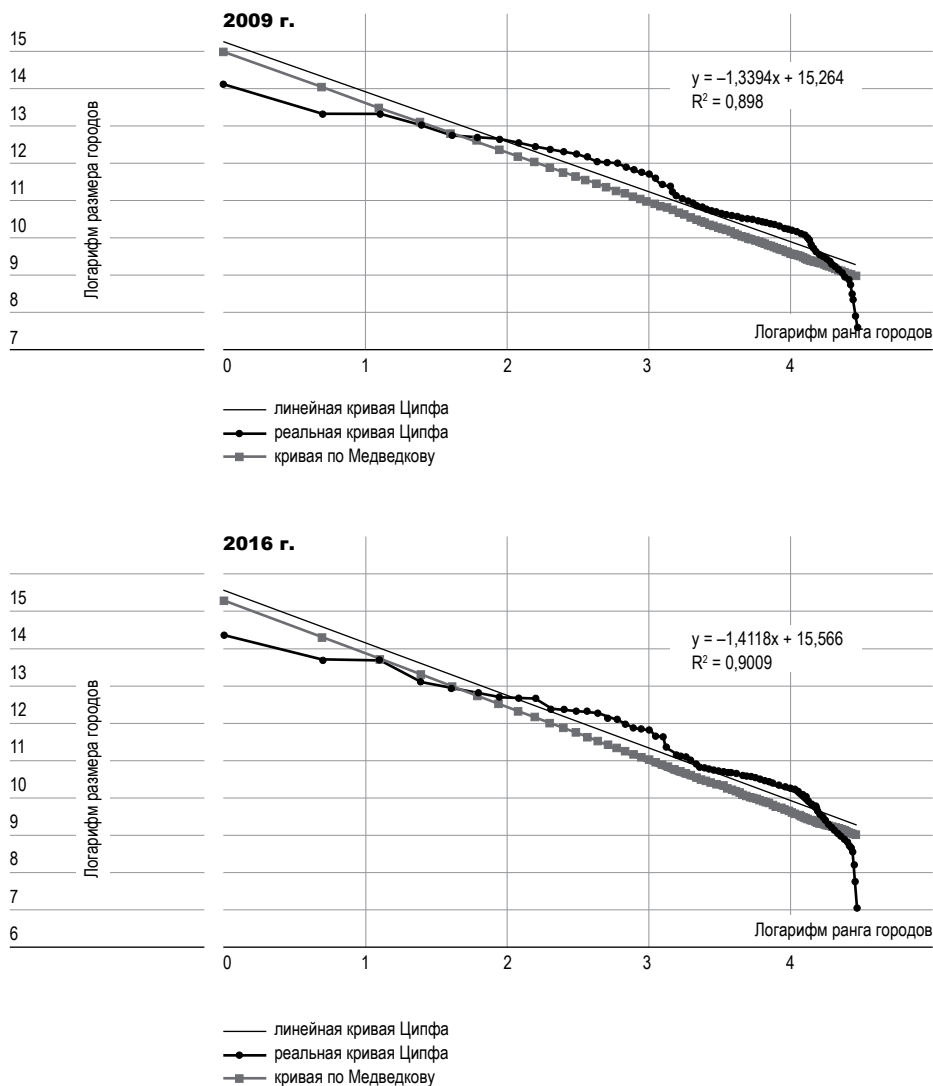


Рисунок 1. Распределение Ципфа для казахстанских городов [11, 14, 17, 18].

населения городов также привывает реальное значения, но в меньших масштабах чем в модели Мандельброта. Превышение численности населения первого города в модели над реальным значением выросла с 1,96 раза в 1989 г. до 2,5 раза в 2016 г. А суммарная численность населения городов в модели относительно реального значения составляло 100% в 1989 году и возросло до 114% в 2016 г. Согласно модели, доля суммарной численности населения

Таблица 4

	Реальная численность населения первого города и суммарная численность населения системы городов		По формуле Мандельброта			По формуле Медведкова			
	ΣP_n	P_1	ΣP_n	$P_1 = C$	q	ΣP_n	P_1	q	k
1989 $n = 85$	7991221	1127884	10580524	3070400	1,217	7638350	2216600	1,217	0,51
1999 $n = 87$	7379937	1130621	10234866	3219400	1,273	7643245	2404200	1,273	0,47
2009 $n = 87$	8448828	1365632	12384743	4276900	1,341	9230715	3187700	1,341	0,43
2016 $n = 87$	9859662	1703482	15249001	5755200	1,412	11281182	4258705	1,412	0,4

ΣP_n – Расчеты выполнены автором по данным [11, 14, 17, 18] суммарную численность населения городов, n – количество городов в выборке;
 P_1 – численность населения первого в ранге города (в формуле Мандельброта $P_1 = C$);
 q – коэффициент парной линейной регрессии;
 k – Коэффициент первенствования.

городов в общей численности должно было вырасти с 46 % в 1989 г. до 64 % в 2016 году. Таким образом, модель Медведкова применительно к Казахстану оказалась ближе к реальным значениям.

Еще одним важным элементом модели Медведкова является коэффициент первенствования. Значение этого коэффициента снизилась с 0,51 в 1989 году до 0,4 в 2016 году. Учитывая методику расчета, можно сделать вывод, что усиливающаяся депопуляция малых городов (находящихся ниже линии регрессии) и рост численности населения в больших и средних городах (находящихся выше линии регрессии) увеличивает наклон линий регрессии, что, в свою очередь, означает увеличение значения теоретической численности населения первого города. Рост разницы между значениями реальной и теоретической численности населения первого города приводит к снижению коэффициент первенствования. Все это говорит о все более усиливающейся роли больших и средних городов в системе расселения, при недоразвитости крупнейших и крупных городов, а также депопуляции в малых городах. То есть дифференциация в системе городского расселения Казахстана растет.

Таблица 5. ГРУППИРОВКА ГОРОДОВ КАЗАХСТАНА
ПО ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ СОГЛАСНО МОДЕЛИ
МЕДВЕДКОВА (РАСЧЕТ АВТОРА)

	1989 г.			2016 г.		
	кол. городов	числ. нас-я	доля в числ. нас., %	кол. городов	числ. нас-я	доля в числ. нас., %
< 3	0	0	0,0	0	0	0,0
3–5	0	0	0,0	0	0	0,0
5–10	1	9945	0,1	15	132054	1,2
10–20	37	519290	6,8	28	394506	3,5
20–50	25	777900	10,2	21	651502	5,8
50–100	10	706790	9,3	9	619708	5,5
100–250	6	898905	11,8	7	1070862	9,5
250–500	3	973248	12,7	3	1051390	9,3
500–1000	2	1535672	20,1	2	1504553	13,3
< 1000	1	2216600	29,0	2	5859307	51,9
Всего	85	7638350	100	87	11283882	100

Выводы

Анализ кривых реального рангового распределения городов Казахстана, показывает, что оно отличается от линейного распределения. Во-первых, во все периоды наблюдений положение крупнейших на то время городов оказывалось ниже выравнивающей прямой (численность населения меньше предписанного закономерностью), из чего следует, что они недостаточно крупные. В развитых странах наблюдается, как правило, отклонение в другую сторону: самые большие города находятся выше графика, по размеру они больше, чем предписывает правило «ранг-людность».

Во-вторых, существенно отстают по величине крупные города второго эшелона. Наконец, большинство точек (75 из 85 в 1989 г., 71 из 87 в 2009 г. и 68 из 87 в 2016 г.), относящихся в большей мере к большим и средним городам, лежит выше прямой, то есть их размер превышает предписанный закономерностью «ранг-размер». Но при этом большое число малых городов также меньше по размерам, чем предсказывается законом (это относится к загнутой вниз правой части графика). Последнее можно объяснить административным эффектом и существованием поселений, которые сохранили городской статус благодаря историческим причинам, но уже не отвечают масштабам города.

Замена рыночных механизмов государственным регулированием и централизованное территориальное планирование приводят к отклонению от закона «ранг-людность». При этом с рынком связывалась более эффективная территориальная организация городской системы. Поэтому считалось, что переход от централизованного к рыночному пространственному равновесию должен сопровождаться ускорением урбанизации, усилением концентрации и опережающим ростом крупнейших и крупных городов, особенно за счет городов второго эшелона [6].

Процессы концентрации городского населения обусловлены, главным образом, экономическими факторами: крупный рынок и развитая инфраструктура создают возможности для развития и роста.

В условиях, характерных для Казахстана (низкая мобильность населения, связанная отчасти с обширностью территории, низкая плотность населения и низкая инфраструктурная освоенность, а также эксцентричное размещение городов и жесткая система административно-территориального управления), демографическое и экономическое влияние крупных и крупнейших городских центров быстро угасает. В этих условиях административные центры регионов составляют конкуренцию крупным и крупнейшим городским центрам страны, сдерживая их рост, выполняя как бы функцию контрамагнитов формирующихся городских агломерации оттягивая на себя часть городских мигрантов. При этом рост крупных и крупнейших городских центров обеспечивается преимущественно за счет городских мигрантов прибывающих с прилегающих к ним территорий, а не со всей территории страны.

Гипертрофированность больших и средних городов, по нашему мнению, связана с тем, что городские мигранты, большую часть из которых составляют сельские жители, предпочитают переезд в менее требовательный к их квалификации ближайший средний или большой город, который, как правило, является, административным центром области, расширяя таким образом сферу приложения труда. К тому же большие и средние города страны относятся к городам, где есть возможность вести активное строительство недорогого и элитного жилья, при этом используя близкий рынок труда прилегающих сельских территории. А переезд коренных горожан в крупные и крупнейшие города страны сдерживает высокая стоимость жилья.

Таким образом, переход к преимущественно рыночным механизмам управления пространственным распределением экономической активности не внес кардинальных изменений в урбанистическую систему Казахстана. Наклон выравнивающей прямой, который определяется методом наименьших квадратов, увеличивается из-за влияния малых городов. Но существенное отклонение крупных городов второго эшелона от прямой сохраняется: они не соответствуют закономерности Ауэрбаха-Ципфа. При этом большие и средние города остаются "слишком большими", а малые города – "слишком малыми".

Библиографический список

1. Белов А.В. К вопросу о пространственном размещении факторов производства в современной России // *Пространственная Экономика*. 2012. № 2. С. 9–28.
2. Горностаев Г.А., Ханин С.Е. Города РСФСР: тенденции и перспективы развития // *Вестник Моск. ун-та. Серия 5. География*, 1983. № 1. С. 14–20.
3. Занадворов В.С., Занадворова А.В. Экономика города: (Ввод. курс): Учеб. пособие. Ин-т "Открытое о-во". М.: Магистр, 1997. 273 с.
4. Зубаревич Н.В. Агломерационный эффект или административный угар? // *Российское экспертное обозрение*. 2007. № 4–5 (22). С. 11–12.
5. Ковалев С.А., Ковальская Н.Я. География населения СССР. М.: МГУ, 1980.
6. Коломак Е.А. Развитие городской системы России: тенденции и факторы // *Вопросы экономики*. 2014. № 10, С. 82–96.
7. Медведков Ю.В. О размерах городов, объединенных в систему // *Количественные методы исследований в экономической географии (сборник докладов на семинаре)*. М.: ВИНТИ-МФГО, 1964.
8. Модели в географии: пер. с англ. / под ред. Дж Р. Чорли, П. Хаггета. М.: Прогресс, 1971.
9. Пестряков А.Н., Сбродова Н.В. Применение правила «ранг – людность» при исследовании системы городов региона // *Модернизационно-инновационные процессы в социально-экономическом развитии регионов и городов*. Кн. 1 / Урал. гос. экон. ун-т. Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2013.
10. Флорида Р. Креативный класс: люди которые меняют будущее / пер. с англ. М.: Издательский дом «Классика-XXI», 2007. 421 с.
11. Население Республики Казахстан. Итоги Национальной переписи населения 2009 года в Республике Казахстан. Том 1. Статистический сборник / под ред. А.А. Смаилова. Астана, 2010
12. Об административно-территориальном устройстве Республики Казахстан. Закон Республики Казахстан от 8 декабря 1993 года. Республиканский центр правовой информации Министерства юстиции Республики Казахстан. 2012.

13. СНиПРК 3.01-01–2008. Градостроительство. Планировка и застройка городских и сельских населенных пунктов. Республиканский центр правовой информации Министерства юстиции Республики Казахстан. 2012.
14. Численность и размещение населения в Республике Казахстан. Итоги переписи населения 1999 года в Республике Казахстан // Статистический сборник / Под ред. А.А. Смаилова. 2 т. Алматы, 2000.
15. Айтказина З.Н. Формирование систем городского расселения в Казахстане – URL обращения: <http://demoscope.ru/weekly/2006/0245/analit04.php> (дата обращения: 29.01.2017).
16. Численность городского населения союзных республик (кроме РСФСР), их территориальных единиц, городских поселений и городских районов по полу // Материалы Всесоюзной переписи населения 1959 г. URL обращения: http://demoscope.ru/weekly/ssp/ussr59_reg2.php (дата обращения: 29.01.2017).
17. Численность городского населения союзных республик, их территориальных единиц, городских поселений и городских районов по полу. Материалы Всесоюзной переписи населения 1989 г. URL обращения: http://demoscope.ru/weekly/ssp/sng89_reg2.php (дата обращения: 29.01.2017).
18. Численность населения Республики Казахстан по областям, городам и районам на начало 2016 года. Комитет по статистике Министерства национальной экономики Республики Казахстан. Серия 23. Демография. Астана, 2016.
19. Combes P.P., Mayer T., Thisse J.F. Economic Geography. The Integration of Regions and Nations. Princeton, NJ: Princeton University Press. 2008.
20. Fujita M., Krugman P., Venables A. The Spatial Economy: Cities, Regions and International Trade. Cambridge: MIT Press, 1999. 367 p.
21. Gabaix X. Zipfs Law for Cities: An Explanation // Quarterly Journal of Economics. Vol. 114. No 3. P. 739–767. 1999.

References

1. Belov A. V. K voprosu o prostranstvennom razmeshchenii faktorov proizvodstva v sovremennoy Rossii (To the question of spatial allocation of production factors in modern Russia) // Prostranstvennaya Ekonomika 2012. № 2. P. 9–28.
2. Gornostayev G.A., Khanin S.Ye. Goroda RSFSR: tendentsii i perspektivy razvitiya (Cities of the RSFSR: trends and Development Prospects) // Vestnik of Moscow University. Series 5. Geography, 1983, No. 1, pp. 14–20.
3. Zanadvorov V.S, Zanadvorova A.V. Ekonomika goroda (Economics of the city): (Vvod. kurs): Uchebnoye posobiye. In-t "Otkrytoye o-vo". M.: Magistr, 1997. 273 p.
4. Zubarevich N.V. Agglomeratsionnyy effekt ili administrativnyy ugar?

- (Agglomeration effect or administrative frenzy?) // Rossiyskoye ekspertnoye obozreniye. № 4–5 (22). 2007. P. 11–12.
5. Kovalev S.A., Koval'skaya N.Ya. Geografiya naseleniya SSSR. (Population geography of the USSR). M.: MGU. 1980.
 6. Kolomak Ye.A. Razvitiye gorodskoy sistemy Rossii: tendentsii i factory (Development of the urban system of Russia: trends and factors) // Voprosy ekonomiki. 2014, №10. P. 82–96.
 7. Medvedkov YU.V. O razmerakh gorodov, ob'yedinennykh v sistemu. (About the size of the cities, United in a system) // Kolichestvennyye metody issledovaniy v ekonomicheskoy geografii (sbornik dokladov na seminare). M.: VINITI–MFGO, 1964.
 8. Modeli v geografii (Models in geography) / per. s angl., Pod. red. J.P. Chorli, P. Haggeta. M.: Progress, 1971.
 9. Pestryakov A.N., Sbrodova N.V. Primeneniye pravila «rang – lyudnost'» pri issledovanii sistemy gorodov regiona. (The application of the rule "the rank – the populousness" in the study of systems of cities in the region.) // Modernizatsionno-innovatsionnyye protsessy v sotsial'no-ekonomicheskom razvitii regionov i gorodov. Kniga 1 (Modernisation and innovation processes in the socio-economic development of regions and cities. Book 1) / Ural. gos. ekon. un-t. Yekaterinburg: Izd-vo Ural. gos. ekon. un-ta, 2013.
 10. Florida P. Kreativnyy klass: lyudi kotoryye menyayut budushcheye. (The Creative Class: People Who Change the Future). Moscow: «Klassika-XXI», 2007. 421 p.
 11. Naseleniye Respubliki Kazakhstan. Itogi Natsional'noy perepisi naseleniya 2009 goda v Respublike Kazakhstan. Tom 1. (The Population Of The Republic Of Kazakhstan. The results of the National census 2009 in the Republic of Kazakhstan. Volume 1) Statisticheskii sbornik / Ed. A.A. Smailova. Astana, 2010.
 12. Ob administrativno-territorial'nom ustroystve Respubliki Kazakhstan. Zakon Respubliki Kazakhstan ot 8 dekabrya 1993 goda. (On the administrative-territorial device of the Republic of Kazakhstan. The law of the Republic of Kazakhstan from December 8, 1993.) Respublikanskiy tsentr pravovoy informatsii Ministerstva yustitsii Respubliki Kazakhstan. 2012.
 13. SNiPRK 3.01-01–2008. Gradostroitel'stvo. Planirovka i zastroyka gorodskikh i sel'skikh naselennykh punktov. (Building regulations of the Republic of Kazakhstan 3.01-01–2008. The urban development. The planning and construction of urban and rural settlements.) Respublikanskiy tsentr pravovoy informatsii Ministerstva yustitsii Respubliki Kazakhstan. 2012.
 14. Chislennost' i razmeshcheniye naseleniya v Respublike Kazakhstan. Itogi perepisi naseleniya 1999 goda v Respublike Kazakhstan (The number and distribution of the population in the Republic of Kazakhstan. The results of the population census of 1999 in the Republic of Kazakhstan) /Statisticheskii sbornik. Pod red. A.A. Smailova. 2 tom. Almaty, 2000.
 15. Aytkazina Z.N. Formirovaniye sistem gorodskogo rasseleniya v Kazakhstane (Formation of urban settlement systems in Kazakh-

- stan) URL obrashcheniya: <http://demoscope.ru/weekly/2006/0245/analit04.php> (data obrashcheniya: 29.01.2017).
16. Chislennost' gorodskogo naseleniya soyuznykh respublik (krome RSFSR), ikh territorial'nykh yedinit, gorodskikh poseleniy i gorodskikh rayonov po polu. (The urban population of the Union republics (excluding the RSFSR), their territorial units, urban settlements and urban areas by sex). Materialy Vsesoyuznoy perepisi nasele-niya 1959 g. URL obrashcheniya: http://demoscope.ru/weekly/ssp/ussr59_reg2.php (data obrashcheniya: 29.01.2017).
 17. Chislennost' gorodskogo naseleniya soyuznykh respublik, ikh territorial'nykh yedinit, gorodskikh poseleniy i gorodskikh rayonov po polu. (The urban population of the Union republics, their territorial units, urban settlements and urban areas by sex). Materialy Vsesoyuznoy perepisi naseleniya 1989 g. URL obrashcheniya: http://demoscope.ru/weekly/ssp/sng89_reg2.php (data obrashcheniya: 29.01.2017).
 18. Chislennost' naseleniya Respubliki Kazakhstan po oblastyam, gorodam i rayonam na nachalo 2016 goda. (The population of the Republic of Kazakhstan by regions, cities and districts at the beginning of 2016.) Komitet po statistike Ministerstva natsional'noy ekonomiki Respubliki Kazakhstan. Seriya 23. Demografiya. Astana, 2016.
 19. Combes P.P., Mayer T., Thisse J.F. Economic Geography. The Integration of Regions and Nations. Princeton, NJ: Princeton University Press. 2008.
 20. Fujita M., Krugman P., Venables A. The Spatial Economy: Cities, Regions and International Trade. Cambridge: MIT Press, 1999. 367 p.
 21. Gabaix X. Zipfs Law for Cities: An Explanation // Quarterly Journal of Economics. Vol. 114. No 3. P. 739–767. 1999.

УДК 622.276 (476) **Медведев К.Ю. [Medvedev K.Yu.]**

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЗАВОДНЕНИЯ С ЦЕЛЬЮ ПОВЫШЕНИЯ ВЫРАБОТКИ ЗАПАСОВ НЕФТИ

**Prospects for the application of non-stationary
waterflooding to increase the production
of oil reserves**

На заключительных стадиях разработки большинства месторождений Беларуси, России и зарубежье, после практически полной выработки извлекаемых запасов нефти в залежах остается большая часть первоначального объема геологических запасов. В настоящий момент, объемы добываемой нефти лишь частично компенсируются приростом запасов за счет открытия новых месторождений. Все более и более актуальным становится применение эффективных методов повышения нефтеотдачи на действующих месторождениях. Методов, которые ввиду сложившейся в настоящий момент макроэкономической ситуации не требуют значительных капитальных вложений. Одним из таких методов является нестационарное заводнение, которое доказало свою эффективность на ряде месторождений различных нефтегазоносных провинций. В данной статье произведена систематизация и классификация существующих технологий гидродинамических методов воздействия, выделены критерии выбора объектов и даны рекомендации по технологии проведения работ.

At the final stages of the development of most of the deposits in Belarus, Russia and abroad, after the almost complete development of recoverable oil reserves, most of the initial volume of geological reserves remains in the deposits. At the moment, the volume of oil produced is only partially compensated by the increase in reserves due to the discovery of new deposits. More and more urgent is the application of effective methods of increasing oil recovery in existing fields. Methods, which in view of the current macroeconomic situation do not require significant capital investment. One of these methods is non-stationary waterflooding, which proved to be effective in a number of fields in various oil and gas provinces. In this article, the systematization and classification of existing technologies of hydrodynamical methods of influence has been made, the criteria for selecting objects have been singled out and recommendations on the technology of work have been made.

Ключевые слова: керн, коллектор, фильтрация, проницаемость, заводнение, неоднородность, градиент давления, нефтеотдача.

Key words: core, reservoir, flow, waterflooding, heterogeneity, permeability, oil recovery factor, pressure differential.

Введение

В настоящее время основным способом разработки нефтяных месторождений РБ, РФ, ближнего и дальнего зарубежья является заводнение нефтяных пластов. Широкое распространение данного метода позволило разрабатывать залежи высокими темпами при значительно меньшем фонде добывающих скважин, ускорить вывод эксплуатационных объектов на высокие уровни добычи нефти и увеличить в среднем вдвое нефтеотдачу пластов по сравнению с разработкой на естественных режимах. Вместе с

этим, эффективность вытеснения нефти водой, при традиционной технологии заводнения, даже в случае наилучших геолого-физических характеристик объектов (высокие ФЕС коллектора и их однородность по площади и разрезу, незначительная вязкость нефти) конечная нефтеотдача пластов не превышает 50–60 %, а при неблагоприятных условиях – не превышает 30–40 % [1].

Наличие того факта, что после практически полной выработки извлекаемых запасов месторождения в пластах остается большая часть первоначального объема нефти, возникает необходимость идентифицировать тип остаточной нефтенасыщенности продуктивного пласта. Определение типа остаточной нефтенасыщенности позволит обоснованно подойти к выбору конкретного метода или комплексу методов увеличения нефтеотдачи и оценить их промышленную эффективность и прогнозную рентабельность проекта.

Согласно данным многочисленных лабораторных исследований по вытеснению нефти водой [2], основными видами остаточной нефтенасыщенности являются:

- капиллярно-защемленная нефть;
- сорбированная нефть;
- пленочная нефть;
- нефть, оставшаяся в виде целиков, неохваченных или частично охваченных заводнением.

Остаточные геологические запасы нефти, неохваченные заводнением вследствие значительной неоднородности пластов по ФЕС, высокой расчлененности и резкой прерывистости пластов по площади и разрезу, находятся в пласте в виде капиллярно-защемленной нефти и остаточных целиков. Данная категория остаточной нефтенасыщенности составляет около 70 % всех остаточных запасов нефти и является основным резервом для увеличения нефтеотдачи пластов [2, 3].

Доминирующее влияние на степень охвата пласта вытеснением по площади и разрезу оказывает его микро- и макронеоднородность [1]. Наличие локальных участков отсутствия коллекторов, участков с низкой проницаемостью, дизъюнктивных нарушений приводит к низкой приемистости нагнетательных скважин, частичному или полному отсутствию взаимодействия между нагнетательными и добывающими скважинами, что в результате ограничивает распространение влияния закачки на отдельные участки коллектора [1, 4, 5]. Следовательно, для повышения эффективности процесса заводнения таких пластов необходимо добиться увеличения коэффициента охвата, путем внедрения воды в малопроницаемые, незатронутые процессом вытеснения нефтенасыщенные зоны.

На основании обобщения результатов теоретических и экспериментальных исследований М. Л. Сургучев объединяет способы повышения эффективности методов заводнения в две большие группы: первая группа вклю-

чает в себя применении тепловых, химических и газовых агентов, вторая – основана на совершенствовании технологии системы заводнения [2]. При обосновании применения нетрадиционных методов заводнения следует учитывать, что первая группа является более дорогостоящей и требует использования дефицитных реагентов, сложного оборудования, а в некоторых случаях дополнительного бурения плотных сеток скважин, что приводит к значительному удорожанию стоимости добываемой нефти.

Постановка задачи

В сложившейся на настоящий момент макроэкономической ситуации, значительном снижении цены на нефтяное сырье на мировом рынке, капиталоемкие проекты несут в себе высокие риски. Рентабельность внедрения проектов достигает положительных значений при относительно высоких ценах на сырье. Одним из наиболее перспективных направлений увеличения нефтеотдачи пластов в сложившихся условиях, становится совершенствование и внедрение гидродинамических методов воздействия, которые позволяют решить первоначально поставленную задачу, а именно:

- увеличить коэффициент охвата пласта вытеснением;
- снизить остаточную нефтенасыщенность пластов;
- повысить коэффициент извлечения нефти с привлечением минимальных эксплуатационных затрат.

Материалы и методы исследований

Существующие гидродинамические методы воздействия на пласт

В настоящий момент в мировой практике нефтедобычи применяются различные вариации и модификации методов гидродинамического воздействия. Применение того или иного метода обосновывается сложившимися условиями разработки объекта, техническими возможностями имеющегося оборудования, степени развития инфраструктуры, представлениями о типе остаточной нефтенасыщенности и др. Вместе с этим, большинство вариаций и модификаций данных методов базируются на основных (рис. 1) [1, 2, 5]:

- метод изменения направлений фильтрационных потоков (метод ИНФП);
- метод попеременного циклического нагнетания и циклических отборов продукции (метод циклического воздействия (ЦВ));
- метод изменения режимов эксплуатации добывающих и/или нагнетательных скважин (метод форсированных отборов жидкости (ФОЖ)).



Рис. 1. Классификация гидродинамических методов воздействия на 3 основные группы и последующие их модификации

Каждый из данных методов имеет определенные преимущества и недостатки, условия применения, критерии успешности. На основании широты использования и своей эффективности, в мировой практике в последние годы наибольшую популярность и особый интерес нефтедобывающих компаний вызывает метод циклического воздействия на пласт. На основании многочисленных результатов успешного внедрения данный метод хорошо себя зарекомендовал на месторождениях Российской Федерации: Кулешовском, Покровском, Ромашкинском, Ново-Елховском, Трехозерном, Сугмутском [1, 6 ,7, 8], на группе месторождений Республики Беларусь: Речицкое, Тишковское, Восточно-Первомайское, Золотухинское и ряда месторождений других стран.

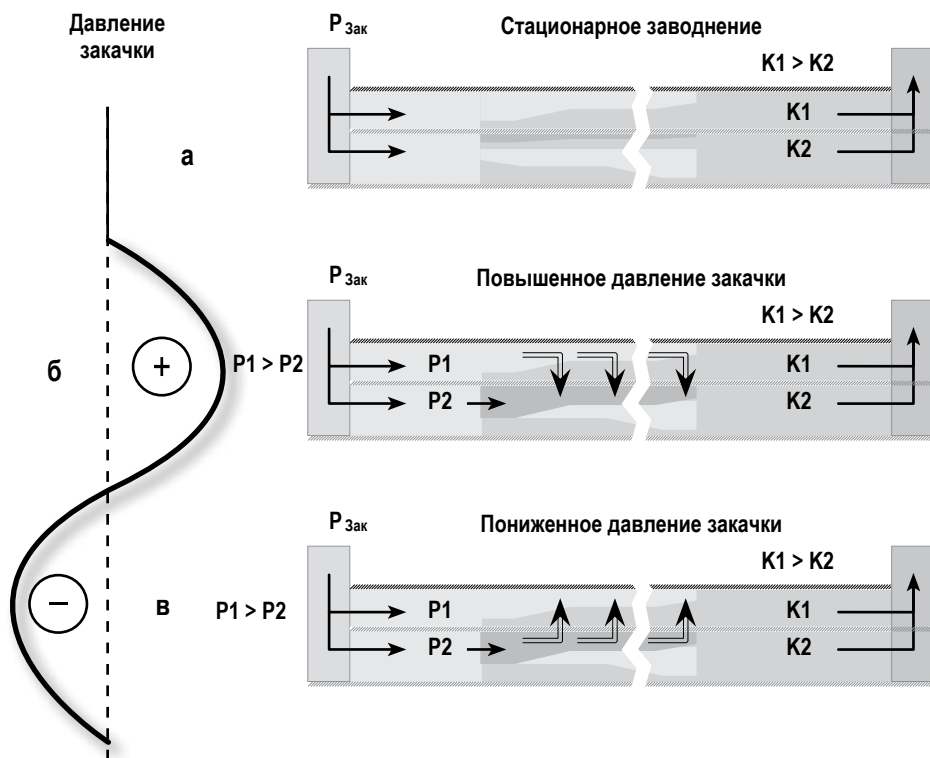


Рис. 2.

Процессы, происходящие в пласте при циклическом воздействии.

Механизм действия метода циклического воздействия

Циклический метод заводнения основан на периодическом изменении условий воздействия на пласт, при котором создается нестационарное распределение пластового давления. При неустановившемся энергетическом состоянии в нефтяной залежи возникают условия для непрерывного проявления упругих сил пластовой системы. В неоднородном пласте между различными зонами, каналами и потоками жидкостей возникают градиенты гидродинамических давлений, за счет которых происходят перетоки жидкостей из одних прослоев в другие, из трещин в блоки, а также изменяются направления движения фильтрационных потоков и их геометрия (рис. 2). На практике неустановившееся состояние давления и скорости фильтрации жид-

кости в пласте создаются периодическим изменением объема нагнетаемой воды и добываемой из пласта жидкости [1, 3, 4, 9].

На рисунке 2 в графическом виде представлена физическая суть циклического воздействия. В качестве примера использовалась двухслойная модель пласта. Верхний слой характеризуется большей проницаемостью, нижний – меньшей.

В первом случае (рисунок 2, а), показан процесс вытеснения при стационарном заводнении. Верхний слой, ввиду более высокой проницаемости, вырабатывается быстрее, и обводняет добывающую скважину. При этом нижний слой вырабатывается в меньшей степени, и содержит в себе объем остаточных запасов нефти не подвергшийся дренированию.

Во втором случае (рисунок 2, б), показан процесс вытеснения при цикле увеличения давления нагнетания. Ввиду создания большого градиента давления, происходит внедрение воды из верхнего слоя в нижний, в результате этого, дренируется дополнительный объем запасов нижнего слоя, объем, который не был задействован при стационарном заводнении.

В третьем случае (рис. 2, в), показан процесс вытеснения при цикле уменьшения давления нагнетания. Ввиду того, что верхний слой обладает большей пьезопроводностью (из условия более высокой проницаемости), то давление в верхнем слое снижается быстрее, чем в нижнем. В результате этого, создается репрессия с нижнего слоя на верхний и происходит движение жидкости «снизу вверх». В случае гидрофильного коллектора за счет смачиваемости в порах остается вода, а в верхний слой фильтруется нефть. Если коллектор гидрофобный, то происходит движение жидкости, с долей нефти и воды пропорционально их подвижности в пласте. На основании представленного механизма циклического воздействия вытесняется дополнительный объем нефти, не вовлеченный в активную разработку при стационарном заводнении.

Результаты лабораторных исследования по определению коэффициентов вытеснения при циклическом воздействии

Исследования проводились на 2-х физических моделях [10]. В качестве физических моделей были выбраны образцы керна одного из месторождений Западной Сибири. КERN терригенного типа. Проницаемость первой модели 0,215 мкм², второй 0,423 мкм². Пластовое давление создавалось 7 МПа, горное – 30 МПа, вязкость нефти – 1,68 мПа·с.

Вытеснение проводилось путем прокачки 6–8 поровых объемом воды, до стабилизации коэффициента вытеснения. При достижении стабильных значений коэффициента вытеснения фильтрация прекращалась и осуществлялась смена гидродинамического режима путем последовательного ступен-

чатого увеличения давления закачки воды на входе в модель. Давление на входе в модель изменялось ступенчато: 7,06; 7,12; и 7,18 МПа.

Результаты данных экспериментов показали, что после смены гидродинамического режима, т.е. ступенчатого повышения давления, режим вытеснения сопровождается высокими перепадами давления на участке стабилизации, что свидетельствует об изменении градиентов давления в поровой структуре и подключению к процессу вытеснения новых поровых каналов и капилляров. Оценка изменения коэффициента вытеснения показала, что после ступенчатого гидродинамического воздействия коэффициент вытеснения увеличился на 6,24 % (при проницаемости – 0,215 мкм²) и на 5,15 % (при проницаемости – 0,423 мкм²).

Таким образом, при внедрении технологии циклического воздействия, для достижения максимального снижения остаточной нефтенасыщенности и повышения дополнительной добычи нефти, следует ступенчато увеличивать интенсивность каждого последующего цикла.

***Результаты опытно-промысловых работ по внедрению
циклического воздействия на Речицком месторождении
Республики Беларусь***

Метод циклического воздействия был опробован на залежи нефти IV пачки задонского горизонта Речицкого месторождения. Данная залежь является пластовой, сводовой, в южной и западной частях литологически экранирована, с севера и востока ограничена контуром водонефтяного контакта (ВНК). Литологический тип коллектора – карбонатный. Тип пустотного пространства – порово-каверново-трещинный. Нефтенасыщенные толщины изменяются от 0 м до 29,4 м. Значения коэффициента открытой пористости варьируют от 4,4 до 12,7 %. Начальное пластовое давление 26,5 МПа, текущее давление на момент проведения циклического воздействия 16,7 МПа. Давление насыщения – 5,9 МПа, газосодержание нефти – 44,6 м³/т. Нефть малосернистая, высокопарафинистая, высокосмолистая.

Залежь IV пачки задонского горизонта Речицкого месторождения находится на четвертой стадии разработки. Разработка залежи ведется с поддержанием пластового давления методом приконтурного заводнения.

Весь комплекс работ по внедрению циклического воздействия подразделялся на этапы по месяцам:

Первый этап (январь-март) – с помощью изменения частоты тока, подаваемого на электродвигатели насосного оборудования, по каждой добывающей скважине подбирался оптимальный режим работы, при котором скважина работала с наибольшим дебитом нефти стабильно. На этом этапе достигалось наиболее полное вовлечение в разработку пласта в области радиуса дренирования;

Второй этап (апрель-июнь) – увеличение текущей месячной компенсации отбора закачкой со 100 до 105 %;

Третий этап (июль-сентябрь) – закачка в нагнетательные скважины потокоотклоняющих реагентов. Цель данного этапа – изменение направления фильтрационных потоков и вовлечение в процесс дренирования невыработанных удаленных зон;

Четвертый этап (октябрь-декабрь) – снижение текущей месячной компенсации отбора закачкой до 95 %.

С января следующего года работы по циклическому воздействию прекращаются, текущая компенсация устанавливается на уровне 100 %, залежь разрабатывается на стационарном режиме.

Анализируя результаты выполненных работ необходимо отметить, что увеличение отборов жидкости спровоцировало рост обводненности по добывающему фонду. Снижение текущей компенсации до 91,2 % (четвертый этап) отразилось на энергетическом состоянии залежи: пластовое давление на начало года составляло 16,7 МПа, а на конец – 15,5 МПа, в результате чего, по всему добывающему фонду скважин наблюдалось снижение динамических уровней. Стабилизация отмечалась только при проведении завершающего этапа при поддержании текущей компенсации на уровне 100 %.

Технологическая эффективность работ, выраженная в виде дополнительной добычи нефти, оценивалась по характеристикам вытеснения методом Камбарова. На основании выполненных расчетов величина дополнительной добычи нефти за период проведения работ составила ≈ 4000 т. Основной эффект получен от работ первого этапа (подбор оптимального режима работы скважин) – 71 %.

Результаты исследований и их обсуждение

На основании теоретических предпосылок, результатов лабораторных исследований, а также успешного практического применения циклического воздействия на месторождениях, выделены основные критерии потенциально перспективных для данной технологии объектов:

1. Высокая микро- и макронеоднородность продуктивных пластов: высокая расчлененность (коэффициент расчлененности 3–4 ед. и выше), зональная неоднородность (наличие зон снижения проницаемости или полного выклинивания

- коллектора), значительные отличия ФЭС прослоев (различие пропластков по проницаемости в 4 и более раз);
2. Наличие гидродинамической связи между неоднородными прослоями и зонами пласта, что обеспечивает перетоки воды при изменении градиентов давления;
 3. Залежь должна обладать достаточно высокой упругоёмкостью, за счет физических характеристик пластового флюида (высокая сжимаемости нефти, наличие выделившегося свободного газа в пласте);
 4. На основании результатов практического применения наилучшие результаты получены при внутриконтурном заводнении, с расстоянием между линией нагнетания и зоной отборов не более 700 м;
 5. Наличие подвижных остаточных извлекаемых запасов.

После выбора потенциально перспективного объекта на основании геолого-геофизических характеристик, необходимо определиться с технологией проведения циклического воздействия. Важнейшими технологическими параметрами циклического воздействия являются продолжительность полуцикла и амплитуда колебания давлений [11, 12].

Продолжительность полуцикла представляет собой время работы нагнетательного фонда скважин при остановленном добывающем фонде и наоборот, время работы добывающего фонда скважин при остановленном нагнетательном фонде. На основании результатов практического применения циклического воздействия, для определения оптимального времени полуцикла положительно себя зарекомендовала формула [2, 6, 8]:

$$T = \frac{l^2 \cdot m \cdot C \cdot \mu}{2k}$$

где, T – длительность полуцикла нестационарного воздействия;
 l – среднее расстояние между нагнетательными и добывающими скважинами;
 m – пористость;
 C – коэффициент сжимаемости породы и жидкости;
 μ – вязкость нефти;
 k – проницаемость.

В случае значений пористости – 20%, вязкости нефти – 10 мПа·с, проницаемости – 0,1 мкм², коэффициента сжимаемости породы и жидкости – $1 \cdot 10^{-4}$ атм⁻¹, расстоянию между скважинами 400 м, длительность полуцикла составляет 18,5 суток. В большинстве случаев, среднее значение про-

должительности полуциклов на реализованных проектах колеблется в пределах от 10 до 20 суток [1, 2, 6, 12, 13].

Исходя из теоретического описания физических процессов происходящих в пласте при циклическом воздействии, увеличение амплитуды колебания давлений приводит к увеличению значений градиентов давления, что в свою очередь повышает интенсивность перетоков между неоднородными зонами и прослоями. В связи с этим, при выборе амплитуды колебаний давлений стоит руководствоваться техническими характеристиками промышленного оборудования. Однако важной особенностью технологии является то, что циклы не должны оставаться постоянными и каждый последующий цикл должен отличаться по интенсивности от предыдущего.

Выводы

На большинстве месторождений после практически полной выработки остаточная нефть находится в капиллярно-защемленном виде или в виде отдельных целиков нефти. Для повышения полноты ее извлечения широко используется метод циклического воздействия, который доказал свою эффективность на ряде месторождений РБ, РФ и зарубежья. В отличие от большинства МУН технология циклического воздействия не требует дополнительных затрат на обустройство месторождения и закупку дополнительного оборудования, что не увеличивает себестоимость добычи нефти. Проанализировав геолого-физические характеристики объектов и сложившиеся системы разработки, можно отметить, что данный метод применим практически повсеместно. Для достижения наибольшей эффективности от внедрения циклического воздействия, рекомендуется использовать предложенные в данной работе критерии выбора объектов и технологию проведения работ.

Библиографический список

1. Гавура В.Е. Геология и разработка нефтяных и газовых месторождений. М.: ВНИИОЭНГ, 1995. 496 с.
2. Белоногова Е.А., Патракова Е.П., Иванов В.А. Нестационарное извлечение нефти из заводненного зонально-неоднородного по проницаемости пласта // Нефтепромышленное дело. 2012. №3. С. 30–34.
3. Иванова М.М., Чоловский И.П., Брагин Ю.И. Нефтегазопромышленная геология. М.: Недра-Бизнесцентр, 2000. 414 с.

4. Лысенко В.Д., Грайфер В.И. Разработка малопродуктивных нефтяных месторождений. М.: Недра-Бизнесцентр, 2001. 562 с.
5. Форест Грей. Добыча нефти. М.: Олимп-Бизнес, 2003. 416 с.
6. Рустамов И.Ф., Хальзов А.А., Лепихин В.А., Фатхлисламов М.А. Оценка эффективности циклического заводнения в разнородных коллекторах Росташинского месторождения // Нефтепромысловое дело. 2013. № 3. С. 6–69.
7. Каршиев А.Х., Агзамов А.А., Набиева Н.К. О результатах форсированного отбора жидкости из залежей месторождений Коккайты с повышенной вязкостью нефти, приуроченных к карбонатным коллекторам // Нефтепромысловое дело. 2013. №2. С. 34–38.
8. Фаттахов И.Г., Кулешова Л.С., Фарухшин И.Ф. Вопрос макрорегулирования ограничения добычи воды на примере циклического заводнения // Нефтепромысловое дело. 2012. №3. С. 28–29.
9. Газизов А.А. Увеличение нефтеотдачи неоднородных пластов на поздней стадии разработки. М.: Недра-Бизнесцентр, 2002. 639 с.
10. Панахов Г.М., Аббасова Н.Н. Гидродинамический метод извлечения защемленной углеводородной жидкости в условиях капиллярной неоднородности // Нефтяное хозяйство. 2015. № 2. С. 49–52.
11. Грачев С.И., Коротенко В.А., Ягафаров А.К. Проблемы нестационарного заводнения с применением ПАВ // Бурение и нефть. 2011. № 2. С. 40–41.
12. Байков В.А., Колонских А.В., Макатров А.К., Политов М.Е., Теллин А.Г., Якасов А.В. Нестационарная фильтрация в сверхнизкопроницаемых коллекторах при низких градиентах давлений // Нефтяное хозяйство. 2013. №10. С. 52–56.
13. Обзор современных методов повышения нефтеотдачи пласта // НИК Петрос © 2010 [Электронный ресурс]. URL <http://petros.ru/worldmarketoil/?action=show&id=267> (дата обращения: 14.09.2016).

References

1. Gavura V.E. Geology and development of oil and gas fields. Moscow: VNIIOENG, 1995. 496 p.
2. Belonogova E.A., Patrakova E.P., Ivanov V.A. Non-stationary extraction of oil from a flooded zone-inhomogeneous permeability reservoir // Oilfield business. 2012. №3. P. 30–34.
3. Ivanova M.M., Cholovsky I.P., Bragin Yu.I. Oil and gas field geology. M.: Nedra-Business Center, 2000. 414 p.
4. Lysenko V.D., Greifer V.I. Development of unproductive oil fields. M.: Nedra-Business Center, 2001. 562 p.
5. Forest Gray. Oil production. Moscow: Olimp-Business, 2003. 416 p.
6. Rustamov I.F., Khalzov A.A., Lepikhin V.A., Fatkhislamov M.A. Evaluation of the effectiveness of cyclic waterflooding in hete-

- ogeneous reservoirs of the Rostashinsky deposit // Oilfield business. 2013. №3. P. 66–69.
7. Karshiev A.Kh., Agzamov A.A, Nabieva N.K. On the results of the forced withdrawal of liquid from the deposits of the Kokaity deposits with the increased viscosity of oil confined to the carbonate reservoirs // Oilfield business. 2013. №2. P. 34–38.
 8. Fattahov I.G., Kuleshova L.S., Farukhshin I.F. The issue of macro regulation of water extraction limitation on the example of cyclic waterflooding // Oilfield business. 2012. №3. P. 28–29.
 9. Gazizov A.A. Increase in oil recovery of heterogeneous strata at a late stage of development. M.: Nedra-Business Center, 2002. 639p.
 10. Panakhov G.M., Abbasova N.N. Hydrodynamic method of extraction of a clamped hydrocarbon liquid under conditions of capillary inhomogeneity // Oil industry. 2015. №2. P. 49–52.
 11. Grachev S.I., Korotenko V.A., Yagafarov A.K. Problems of non-stationary waterflooding with the use of surfactants // Drilling and oil. 2011. №2. P. 40–41.
 12. Baikov V.A., Kolonskikh A.V., Makatrov A.K., Politov M.E., Telin A.G., Yakasov A.V. Nonstationary filtration in ultra-low permeable reservoirs at low pressure gradients // Oil Industry. 2013. №10. P. 52–56.
 13. Review of modern methods of enhanced oil recovery // NIK Petros © 2010 [Electronic resource]. URL <http://petros.ru/worldmarketoil/?action=show&id=267> (Date of circulation: September 14, 2016).

УДК 631.474**Разумов В.В. [Razumov V.V.],
Молчанов Э.Н. [Molchanov E.N.],
Разумова Н.В. [Razumova N.V.],
Шагин С.И. [Shagin S.I.]**

ПОДТОПЛЕНИЕ ЗЕМЕЛЬ В ПРИВОЛЖСКОМ РЕГИОНЕ РОССИИ

Flooding of lands in the Volga region of Russia

На основе анализа обширной информации о процессах подтопления земель на территории Приволжского региона России, представленной в литературных источниках и в материалах официальной государственной отчетности о состоянии и об охране окружающей природной и геологической среды, использовании земель, водных ресурсов, состоянии защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера и др., впервые систематизированы данные о процессах постоянного и временного подтопления, наблюдаемых на землях изучаемого региона, изучены причины их возникновения и развития, масштабы и опасность проявления на территории субъектов РФ в пределах региона. Проведенный анализ показал, что на территории Приволжского региона широко распространено постоянное подтопление земель, связанное с повышением уровня подземных вод в результате природных и антропогенных факторов. Естественные процессы подтопления в основном развиваются на землях, расположенных вблизи водохранилищ, в поймах и на надпойменных террасах рек и др. Техногенное подтопление земель в основном приурочено к крупным населенным пунктам, расположенных на равнинах и, в основном, связано с утечками из водонесущих коммуникаций, заполнением водохранилищ, нарушением поверхностного и подземного стока при строительстве дорог, промышленных предприятий и др. Частые и интенсивные дожди и весенне-летне-осенние паводки и половодья, которые практически ежегодно происходят на территории региона, приводят к временному подтоплению обширных территорий региона и зачастую наносят значительный ущерб населению и хозяйству.

On the basis of the analysis of extensive information on processes of flooding of lands in the territory of the Volga region of Russia provided in references and in materials of the official state reporting on a state and about protection of the surrounding natural and geological environment, use of lands, water resources, a condition of protection of the population and territories from emergency situations of natural and technogenic character, etc. data on the processes of continuous and temporary flooding observed on lands of the studied region are for the first time systematized, the reasons of their emergence and development, scales and danger of manifestation in the territory of territorial subjects of the Russian Federation within the region are studied. The carried-out analysis has shown that in the territory of the Volga region the continuous flooding of lands connected with increase in level of underground waters as a result of natural and anthropogenous factors is widespread. Natural processes of flooding generally develop on the lands located near reservoirs in flood plains and on the nadpoymennykh terraces of the rivers, etc. Technogenic flooding of lands is generally dated for large settlements, located on plains and, generally connected with leaks from the water bearing communications, filling of reservoirs, violation of a superficial and underground drain at construction of roads, the industrial enterprises, etc. Steady and intensive rains and spring and aestivo-autumnal floods and high waters which almost annually happen on the territory of the region lead to temporary flooding of extensive territories of the region and often cause significant damage to the population and economy.

Ключевые слова: подтопление, уровень подземных (грунтовых) вод, наводнения, паводки, половодья, осадки, водохранилища.

Key words: flooding, level of underground (soil) waters, floods, river flood, high waters, rainfall, reservoirs.

Введение

Подтопление земель – опасный геологический процесс, в результате которого изменяются водный режим и баланс территории, происходит увеличение влажности горных пород до значений, превышающих критические и нарушаются необходимые условия для сохранения существующих экосистем и привычного хозяйственного использования территории [33]. Подтопление происходит как за счет постоянного переувлажнения земель, в основном связанного с повышением уровня подземных (грунтовых) вод (за счет природных и антропогенных факторов) или длительным поверхностным застоем атмосферных осадков или оросительных вод в бессточных понижениях, так и за счет временного переувлажнения, обусловленного частыми и интенсивными дождями и затоплениями территории в результате весенне-летних паводков и половодий.

На практике под постоянным подтоплением территории обычно понимается подъем грунтовых вод до того уровня, когда они начинают оказывать отрицательное воздействие на земли и хозяйственные объекты. Выход грунтовых вод на поверхность – это наиболее очевидный, но крайний случай подтопления территории. В большинстве случаев речь идет о приближении подземных вод к поверхности земли до уровня, на котором они начинают ощутимо влиять на свойства вышележащих грунтов и почв, на экологическую обстановку в зоне подтопления, на активизацию ряда опасных природных процессов. Возможность подтопления на данной территории во многом определяется соотношением уровней грунтовых и поверхностных вод, которое зависит как от внутренних факторов (глубины залегания подземных вод, литологического состава водовмещающих пород и др.), так и от внешних, определяющих условия поверхностного увлажнения.

Поскольку питание подземных вод осуществляется в основном за счет инфильтрации атмосферных осадков, а также из поверхностных водотоков, процессы подтопления природного происхождения связаны обычно с периодами интенсивных и продолжительных ливней и (или) паводками и половодьями. При паводке происходит подъем уровня в реке (или водохранилище), и уже до начала выхода воды из берегов, то есть до начала затопления, происходит развитие подпора, который вызывает подъем уровня грунтовых вод на прилегающей территории и, её подтопление. После выхода реки из берегов происходит затопление территории и продолжается дальнейшее развитие подпора. В связи с этим, площадь подтопления оказывается больше площади затопления. Затопление длится недолго, и паводковая вода сравнительно быстро уходит обратно в реки, а подтопление – процесс более длительный. Он продолжается до тех пор, пока не опустится уровень подземных вод. Подтопление происходит при любом паводке, независимо от его процента обеспеченности.

Такие временные подтопления способны нанести значительный ущерб населению и хозяйству. Однако, этот ущерб может вырасти неизмеримо, если

природные условия, способствующие развитию подтопления, совпадут по знаку с антропогенными факторами. Среди последних могут быть такие, как фильтрация воды из каналов, неправильное орошение сельскохозяйственных культур, заполнение водохранилищ и др. Эффект наложения факторов ярко выражен на урбанизированных территориях, где развитию подтопления способствуют общее понижение территории, сближающее уровни подземных и поверхностных вод, асфальтирование поверхности, которое резко снижает инфильтрационные возможности почв, полив зеленых насаждений, неисправности в системах канализации, водопровода, теплоснабжения и ливневого стока, а также фильтрации из прудов и строительных котлованов. Подтопление в условиях города часто бывает спорадическим и довольно быстро ликвидируется из-за явно выраженного экологического дискомфорта, связанного с ним.

Опасность подтопления заключается в целом ряде неблагоприятных последствий воздействия подземных вод на сооружения и участки территории, которые приводят к возникновению напряженной геологической, экологической и социальной обстановки. К наиболее важным из таких последствий относятся: интенсификация провоцируемых подтоплением других опасных геологических процессов (карст, оползни, суффозия, пучение, набухание, просадки); обводнение грунтов оснований (что ведет к снижению их прочностных и деформационных свойств); затопление заглубленных помещений; усиление аварийности инженерных коммуникаций; повышение на 1–2 балла сейсмичности застроенной территории; загрязнение грунтовых вод, повышение их агрессивности и коррозионной активности; ухудшение санитарных условий территории; снижение урожайности сельскохозяйственных культур и т.п. Следует отметить, что влияние подтопления земель на сельское хозяйство в различных природных зонах региона оценивается неодинаково. Во влажных зонах подтопление, как правило, увеличивает естественное значительное увлажнение почв и отрицательно сказывается на плодородии почв и урожайности сельскохозяйственных культур. В зонах недостаточного увлажнения подтопление земель в ряде случаев может быть благоприятным, если не сопровождается засолением почв.

Как известно, причины подтопления разделяются на естественные и искусственные. К естественным причинам относятся: высокий уровень грунтовых вод и верховодки, близкое залегание водоупора, низкий коэффициент фильтрации грунтов зоны аэрации, обилие атмосферных осадков и слабое их испарение, неблагоприятные геоморфологические условия – наличие впадин и понижений со слабым оттоком поверхностных вод, нарушение режима грунтовых вод, паводки на реках. Искусственные причины проблемы – подпор со стороны водохранилищ, самоподтопление территорий в результате неорганизованного сброса поверхностных вод (отсутствие канализации), утечек воды из водопроводно-канализационной сети, изменение водного ба-

ланса под сооружениями и асфальтовым покрытием, сброс шахтных и карьерных вод на поверхность, интенсивное орошение, чрезмерные поливы городских территорий.

Необходимо отметить, что до настоящего времени в Российской Федерации отсутствует объективная и достоверная информация об истинных размерах проявления этого опасного процесса, так как работы по выявлению, оценке и учету подтопления земель выполняются только в экстренных случаях при резком обострении экологической ситуации на отдельных локальных участках субъектов РФ. Проводимый ежегодный геологический мониторинг отдельных таких локальных участков на территории региона, результаты которого публикуются в информационных бюллетенях [16, 17] о проявлениях экзогенных геологических процессах, не дает полной картины происходящих изменений на всей территории субъектов РФ. Имеющиеся литературные данные по данной тематике очень неполны, редки и не всегда отражают истинное положение дел на настоящий момент времени.

Объекты и методы исследования

Выполнены сбор, систематизация и анализ обширной информации за период 2005–2015 гг. о процессах подтопления земель на территории Приволжского региона России, представленной в материалах официальной государственной отчетности о состоянии и об охране окружающей природной и геологической среды, использовании земель, водных ресурсов, состоянии защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера и др. по субъектам РФ в пределах Приволжского федерального округа и Российской Федерации в целом. Кроме того были привлечены данные имеющихся литературных источников по теме исследования.

Результаты и обсуждение

Целью нашего исследования является изучение причин возникновения, масштабов и опасности подтопления земель на территории Приволжского региона (Приволжского федерального округа). Учитывая масштабность проблемы, в данной работе решаются следующие основные задачи:

- изучение причин возникновения, масштабов и опасности подтопления земель в Приволжском регионе;
- характеристика произошедших подтоплений земель на территории субъектов РФ в пределах Приволжского региона.

В России, в настоящее время переувлажненными (в том числе и подтопленными) считаются около 9 млн га, в том числе 5 млн га сельскохозяйственных угодий [31]. Основные массивы переувлажненных (подтопленных) земель сосредоточены в южно-таежно-лесной зоне, пред-

ставленной на территории практически всех федеральных округов страны. Подтопленные территории, вместе с заболоченными землями, занимают в России 12,3 % сельскохозяйственных угодий страны [8]. Процессами подтопления в наибольшей мере охвачена территория регионов, расположенных в европейской части страны, а также Уральского и западной части Сибирского федеральных округов. По данным [33], подтоплению в той или иной степени подвержены земли около 960 городов страны, включая Москву, Санкт-Петербург, Казань, Новосибирск, Омск, Хабаровск и многие другие. Общая площадь подтопленных земель в стране составляет более 80 тыс. кв. км, из которых 34 тыс. кв. км приходится на земли сельскохозяйственного назначения.

В Приволжском регионе подтопление земель наиболее характерно для республик Мордовия и Марий-Элл, Нижегородской, Оренбургской, Ульяновской, Саратовской и Самарской областей. Практически все земли крупных населенных пунктов Приволжского региона, расположенные на берегах рек, подвержены затоплению не только поверхностными водами в периоды весенних паводков, но и подтоплению подземными водами как во внутригодовом режиме (связанном с подпором поверхностных вод весна-осень), так и в многолетнем режиме, связанном с нарушением естественного стока грунтовых вод. Всего по территории Приволжского региона подтопление испытывают около 100 населенных пунктов [8, 9, 17]. Из крупных городов округа подтапливаются Нижний Новгород, Сызрань, Йошкар-Ола, Тольятти, Саратов, Энгельс и др. [8, 34]. В пределах сельскохозяйственных угодий Приволжского региона на 01.01.2007 г. было переувлажнено 1932,9 тыс. га земель (3,8 % от всей площади сельскохозяйственных угодий региона) (таблица). Наиболее интенсивное переувлажнение сельскохозяйственных земель характерно для территорий Кировской (14,7 % от всех сельскохозяйственных земель области), Нижегородской (7,7 %) областей и Республики Башкортостан (4,7 %) [37].

На территории Приволжского региона широко распространено как постоянное подтопление земель, связанное с повышением уровня подземных вод в результате природных и антропогенных причин, так и временное – в результате частых и интенсивных дождей и весенних паводков и половодий, которые практически ежегодно происходят на территории региона. Антропогенное подтопление земель (исключая территории городов) составляет около 3 % от суммарного [40]. Эти земли сконцентрированы на побережьях крупных водохранилищ и значительных массивах орошаемых земель.

Приведем краткую характеристику причин, масштабов и опасности процессов подтопления земель на территории субъектов РФ в пределах изучаемого региона.

Кировская область расположена в зоне тайги с достаточным увлажнением и с высокой обводненностью ее территории (около 20 тысяч рек и 4,5

Таблица. СВЕДЕНИЯ О ПЕРЕУВЛАЖНЕННЫХ ЗЕМЛЯХ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ УГОДИЙ ПРИВОЛЖСКОГО РЕГИОНА РОССИИ (ТЫС. ГА) НА 01.01.2007 Г. [37]

Субъекты Российской Федерации	Общая площадь сельскохозяйственных угодий	Площадь переувлажненных земель
Республика Башкортостан	6708,8	246,4
Республика Марий Эл	715,6	31,5
Республика Мордовия	1546,4	139,3
Республика Татарстан	4360,6	82,2
Удмуртская Республика	1718,4	58,1
Республика Чувашия	940,2	86,4
Кировская область	2916,5	430,2
Нижегородская область	2719,2	209,9
Оренбургская область	10491,0	74,5
Пензенская область	2888,0	109,9
Самарская область	3819,5	127,1
Саратовская область	8048,6	129,1
Ульяновская область	2083,6	91,8
Пермский край	2357,1	116,5
Итого по региону:	51313,5	1932,9

тысячи озер), что обуславливает высокую переувлажненность и заболоченность ее территории (особенно в северной половине области). В подтопленном состоянии находится 42 493 кв. км земель (35,3% от всей территории области), в том числе с сильной степенью подтопления (0–1,5 м) – 27 862 кв. км, со средней и слабой (1,5–3,0 м) – 14 631 кв. км [40]. Постоянное подтопление земель отмечается в гг. Слободской, Малмыж, Лянгасово [8]. В период весеннего половодья на территории Кировской области возможно подтопление земель 30 районов области (Арбажского, Афанасьевского, Белохолуницкого, Верхнекамского, Вятскополянского, Зуевского, Кикнурского, Кильмезского, Кирово-Чепецкого, Котельничского, Лузского, Малмыжского, Нолинского, Оричевского, Пижанского, Санчурского, Слободского, Советского, Тужинского, Уржумского, Юрьянского, Яранского и др. районов) [5].

Небольшая глубина расчленения территории Нижегородской области и малые уклоны поверхности обуславливают относительно неглубокое залегание уровня грунтовых вод и наличие процессов заболачивания. В подтопленном состоянии находится 25 877 кв. км земель (33,8 % от всей территории области), в том числе с сильной степенью подтопления (0–1,5 м) – 9 977 кв. км, со средней и слабой (1,5–3,0 м) – 15 900 кв. км [40]. Активные процессы подтопления отмечены в городах Нижний Новгород, Дзержинск, Правдинск, Заволжье, Балахна, Бор, Лысково, сс. Михайловское, Макарьево, Разнеженье, на Лысковской и Фокинской низинах, на левобережье Борского района, вдоль автотрассы Нижний Новгород – Москва [8]. По данным [26], развитие процессов подтопления и заболачивания земель отмечается в той или иной степени практически на всем протяжении побережий Чебоксарского и Горьковского водохранилищ и охватывают 2 606 кв. км [40]. Подтопленные и заболоченные земли также занимают огромные площади по левобережью рек Оки и Волги и на левобережье Чебоксарского водохранилища у сел Бармино, Великовское, Каменка и др. [26]. Подтопление земель отмечается также и на землях Балахнинского района и островных зонах против п. Васильсурск [17].

В г. Нижний Новгород подтопленные и заболоченные земли составляют 158,6 кв. км территории [17]. Процессы подтопления земель преимущественно развиты в Заречной части города, но в последнее десятилетие их активизация наблюдается и на землях Нагорной части. В условиях массовой застройки и продолжительной эксплуатации водонесущих коммуникаций в старой части города и в новых крупных жилых массивах, в последние годы отмечается заметное повышение уровня грунтовых вод. Так, например, в 2009 г. уровень грунтовых вод был выше критической глубины 3 м для жилой застройки и 5 м – для промышленной [17]. Причиной тому является нарушение поверхностного стока воды в результате засыпки оврагов, утечек из водоемких коммуникаций, резкого увеличения площади заасфальтированных и застроенных территорий, приводящего к уменьшению испарения с поверхности.

В период весеннего половодья подтапливаются земли 38 муниципальных районов Нижегородской области (Арзамасского, Большеболдинского, Бутурлинского, Володарского, Воротынского, Гагинского, Кстовского, Навашинского, Перевозского, Павловского, Перевозского, Починковского, Пильнинского, Семеновского, Сергачского, Сосновского, Уренского и Шатковского др. районов) [26].

Процессы подтопления и переувлажнения земель в Оренбургской области слабо развиты. В подтопленном состоянии находится 163 кв. км земель (0,1 % от всей территории области), в том числе со средней и слабой степенью подтопления (1,5–3,0 м) – 163 кв. км [40]. По данным [39], подтопление земель на территории области обусловлено в основном ант-

ропогенными причинами: орошением полей, возведением водохранилищ и полотен дорог, засыпкой балок. Процессы подтопления наблюдаются в Бузулукском районе в пределах оросительной системы, прилегающей с севера к Елшанскому водохранилищу. Южнее водохранилища также выявлено три участка подтопления. Постоянное подтопление земель развивается на территориях, прилегающих и к Сорочинскому водохранилищу и на сельскохозяйственных землях в Кваркенском районе [8]. В районе Сорочинского водохранилища отмечаются процессы подтопления в пос. Родинский. Выявлены участки с подтоплением земель и на левом берегу р. Умирка в пос. Никольское Пономаревского района. Подтопление земель отмечается в г. Светлый, который построен вблизи устья реки Буруктал и в районе пос. Нуштайкино Бугурусланского района, расположенного у подножья пологого холма. Подземным стоком воды скатываются в поселок, затопляя огороды и погреба вровень с поверхностью [39]. В 2012 г. подтопление земель активно проявлялось близ городов Бугуруслан, Абдулино, Сорочинск и р.ц. Грачевка. В 2013 г. произошла активизация процессов подтопления в Оренбургском, Сорочинском, Бугурусланском, Грачевском, Курманаевском и Гайском районе области [17].

В период весеннего половодья в зоне негативного воздействия паводковых процессов могут оказаться земли 22 муниципальных районов Оренбургской области [23]. Часто подтопление пойменных участков происходит на наиболее крупных реках: Урал, Бузулук, Сакмара, Большой Кинель. Подтоплению в период весеннего половодья подвергаются земли городов Орск и Бузулук и населенных пунктов в Новоорском, Домбаровском, Кваркенском, Новосергиевском, Оренбургском, Первомайском районах.

В Пензенской области, по данным [10], 1491 кв. км (3,44 % от всей площади области) земель подвержены процессам подтопления. Подтапливаются земли более чем 50 населенных пунктов области. Масштабное подтопление грунтовыми водами территорий жилой застройки отмечены в пгт: Сосновоборск, Лунино, Исса, Пачелма, Башмаково; селах Мичкасы, Поим, Поселки, Евлашево, Бол. Вьяс, Чаадаевка, Украинцево, Уварово, Беликово, Ясная Поляна, Долгоруково, Голицыно и др. Локальное подтопление отмечено в гг. Кузнецке, Белинском; пп. Земетчино, Башмаково, Тамала, Вековое, Чаадаевка, Кольшлей, Исса, Сосновоборске, с. Поим [8]. Долины рек Сура, Мокша, Хопер, Уза, Шукша, Маис, Ломовка, Чембар и др. с их притоками имеют большое количество заболоченных участков, которые отмечены в районе пгт. Лунино, сел Лесной Вьяс, Долгоруково, Керра, Чаадаевка и др. [10].

Общая площадь переувлажненных сельскохозяйственных угодий в области на 01.01.2014 г. составляла 204 тыс. га (7,1 % от площади сельскохозяйственных угодий), в том числе 100, 1 тыс. га пашни (4,6 %). Из общей площади переувлажненных земель 25,2 тыс. га сильно переувлажнены (на пашне – 2,2 тыс. га) [44].

Во время особо высоких весенних половодий на реках Пензенской области возможно затопление земель населенных пунктов. В зоне подтопления могут оказаться земли 54 населенных пункта в 18 районах области [14].

Площадь заболоченных и избыточно увлажненных земель на территории Пермского края составляет 3 тыс. кв. км (1,9 % от всей территории края) [3]. По данным ФГУ «Агрохимический центр агрохимической службы «Пермский», по состоянию на 01.01.2013 г. [35], площадь только подтопленных и переувлажненных земель в крае составляла 181,9 кв. км (0,1 % от всей территории края). В Пермском крае практически не проводятся обследования, позволяющие выявить негативные изменения в состоянии переувлажнения земель, в связи с чем, нет и достоверной информации сколько земель на территории края подвержено подтоплению. 27 августа 2015 года на территории Добрянского муниципального района Пермского края была объявлена чрезвычайная ситуация в связи с переувлажнением почвы. В результате данного агрометеорологического неблагоприятного явления сложились крайне неблагоприятные условия для заготовки кормов, произрастания картофеля, овощей открытого грунта, зерновых. Создались условия и для развития грибковых болезней (фитофтороза) и полегания зерновых посевов. Материальный ущерб составил 13,0 млн руб. [13].

В период прохождения весеннего половодья на реках Ирень, Сытва, Обва, Иргина, Буй, Шаква чаще всего подтапливаются земли Кунгурского, Кишертского, Куединского, Уинского, Суксунского и Карагайского районов Пермского края [24].

В Самарской области в подтопленном состоянии находится 1398 кв. км земель (2,6 % от всей территории области), в том числе с сильной степенью подтопления (0–1,5 м) – 558 кв. км, со средней и слабой степенью (1,5–3,0 м) – 840 кв. км [40]. Процессы подтопления связаны как с естественными факторами, так и с хозяйственной деятельностью человека. По данным [11], подтоплению подвержены земли западной и центральной части г. Сызрань, жилые массивы городов Тольятти, Отрадный, Октябрьск, Чапаевск, пгт. Нефтегорск, сел Кулешовка, Баринь, Утевка, Нижнее Санчелеево и других населенных пунктов. В г. Сызрань процессам подтопления подвержены земли около 500 домовладений. Основной причиной подтопления является геологическое строение территории города и отсутствие дренажных систем [17].

При весенних паводках в зоны возможного подтопления может попасть земли 100 населенных пунктов в 22 муниципальных районах Самарской области [28].

В Саратовской области в подтопленном состоянии находится 5748 кв. км земель (5,7 % от всей территории области), в том числе с сильной степенью подтопления (0–1,5 м) – 3063 кв. км, со средней и слабой степенью (1,5–3,0 м) – 2685 кв. км [40]. Ежегодно подтапливаются фрагменты высокой

поймы в Аткарском районе на Донской равнине и некоторые участки долин малых рек в Правобережье и Заволжье. Однако данный процесс носит сезонный характер и относительно кратковременен. Значительные изменения в подтоплении земель отмечены в Саратовском Заволжье после сооружения здесь оросительных систем. Неумеренный полив способствовал повышению уровня грунтовых вод и изменению режима поверхностного стока, что привело к вторичному засолению и заболачиванию орошаемых земель. Подтопление испытывают большинство сельских населенных пунктов в зоне орошаемого земледелия, а также в зоне влияния Саратовского и Волгоградского водохранилищ. Наиболее серьезную угрозу представляет процесс постоянного подтопления урбанизированных территорий в городах Саратов, Энгельс, Маркс, Балаково [8].

Первые сведения о локальном подтоплении территории Саратова относятся к началу XX века. Уже в 30-е годы прошлого века возникла проблема подтопления центральной части города. По мере роста города и развития коммуникаций положение усугублялось. К середине 90-х годов в подтопленном состоянии оказалось около 5 тыс. га городской территории. Решением межведомственной комиссии по экологической безопасности Совета Безопасности Российской Федерации № 11 от 17.11.94 г. город Саратов был отнесен к числу городов, терпящих бедствие от подтопления грунтовыми водами. Следует отметить, что с 1999–2000 гг. начался новый период подъема уровня грунтовых вод на территории города. В начале 2000 годов в Саратове подтопленными считались 10% городской территории [48]. Основная причина подтопления земель – увеличение питания грунтовых вод за счет утечек водонесущих коммуникаций, фильтрации из прудов, строительных котлованной, поливов зеленых насаждений и др. По данным [46], в городе постоянно подтоплено 4 870 га земель, в том числе 2 162 га селитебной застройки, 460 га промышленных территорий, 120 га территорий зеленых насаждений и 2 128 га – прочих земель. В зоне высокой и критической степени опасности подтопления находятся 34 % территории промышленной и селитебной застройки Фрунзенского района, 25 % – Ленинского района, 24 % – Октябрьского района, 20 % – Волжского района, 23 % – Кировского района и 30 % Заводского района.

При воздействии весенних паводков на Правобережье Саратовской области в зону подтопления попадают земли Аткарского, Аркадакского, Балашовского, Вольского, Красноармейского, Лысогорского, Петровского, Самойловского, Ртищевского, Балтайского и Калининского районов. На Левобережье – земли Балаковского, Дергачевского, Ершовского, Ивантеевского, Краснокутского, Марксовского, Новоузенского, Питерского, Пугачевского и Перелюбского районов [29].

В Ульяновской области в подтопленном состоянии находится 466 кв. км земель (1,2 % от всей территории области), в том числе с сильной сте-

пенью подтопления (0–1,5 м) – 291 кв. км, со средней и слабой степенью (1,5–3,0 м) – 175 кв. км [40]. Максимальное развитие подтопления отмечено в Новомалыклинском, Ульяновском, Мелекесском и Старомайном районах (подтопление земель происходит вдоль побережья Куйбышевского водохранилища, а также на территории, подчиненной г. Ульяновску) [8]. Следует отметить, что Куйбышевское водохранилище в пределах области занимает 1760 кв. км земель [18]. Подтопленные участки приурочены в основном к низким затопленным пойменным берегам (террасам) в заливах Куйбышевского водохранилища и застроенным городским территориям преимущественно в районе водохранилищ. Подтопленные участки имеют локальное развитие и распространены практически на всей территории области. Активность развития процесса слабая. Глубина залегания грунтовых вод от поверхности земли на подтопленных участках составляет 0,5–1,5 м и остается практически без изменения. Временное поднятие грунтовых вод происходит в основном в период весеннего снеготаяния. Происходит постоянное подтопление городов Ульяновск (около 4 кв. км), Димитровград, Барыш [8], в связи с чем проводятся ежегодные работы по понижению уровня грунтовых вод на их территории.

В период весенних паводков на реках Ульяновской области наиболее вероятны подтопления земель на территории 24 населенных пунктов Новоспасского, Карсунского, Радищевского, Сурского, Ульяновского, Цильнинского и Чердаклинского районов и г. Ульяновска [15].

Одним из проблемных вопросов, вызывающим особое беспокойство в Республике Башкортостан – рост массивов переувлажненных и заболоченных земель. В 2007 году на территории республики было выявлено около 1 250 кв. км переувлажненных земель и 633 кв. км – заболоченных. В настоящее время их общая площадь достигла 3 605 кв. км, или 2,5 % земельного фонда республики [30]. Процессы переувлажнения и заболачивания земель интенсивно проявляются на территории северной и северо-восточной зон, особенно в Краснокамском районе. Сооружение дамб, плотин, водохранилищ, автострад, нарушение технологий земледелия и другие примеры хозяйственной деятельности человека приводят к существенному изменению водного режима территорий, подъему уровня грунтовых вод.

При весенних половодьях на реках Республики Башкортостан подтопление земель часто происходит в Архангельском, Аургазинском, Белорецком, Белокатайском, Бирском, Благоварском, Бурзянском, Гафурийском, Давлекановском, Дуванском, Дюртюлинском, Иглинском, Илишевском, Ишимбайском, Караидельском, Кармаскалинском, Кигинском, Кугарчинском, Кушнаренковском, Мелеузовском, Мечетлинском, Нуримановском, Салаватском, Стерлитамакском, Чегмагушевском, Чишминском и Уфимском районах [22].

В Республике Марий Эл в подтопленном состоянии находится 11 381 кв. км земель (49,0 % от всей территории республики), в том числе с силь-

ной степенью подтопления (0–1,5 м) – 3944 кв. км, со средней и слабой (1,5–3,0 м) – 7437 кв. км [40]. Процессы подтопления в основном развиты на левобережьях Чебоксарского (площадь подтопленных земель достигает 145 кв. км) и Куйбышевского (низовья рек Илеть, Малая и Большая Кокшага на площади в 150 кв. км) водохранилищ [8]. Наибольшие площади подтопления на левобережье Чебоксарского водохранилища расположены на пойменных террасах в прибрежной полосе шириной до 6–10 км [17]. Площадь подтопленных земель здесь составляет 145 кв. км, из них заболоченных – 44 кв. км. После заполнения водохранилища до отметки 63 м продолжается заболачивание земель лесного фонда. Наиболее активный процесс заболачивания отмечен в приустьевых участках долин рек Дорогуча, Ветлуга и Рутка. На правобережье Чебоксарского водохранилища подтоплению подвержена низинная часть г. Козьмодемьянска, площадью до 1,2 кв. км. На левобережье Куйбышевского водохранилища подтоплению подвержены территории в прибрежной полосе шириной до 3–5 км и вверх по долинам рек на 12 км. Общая площадь подтопленных земель составляет 150 кв. км, из которых 15 кв. км составляют заболоченные участки с уровнем залегания подземных вод менее 0,5 м [17].

На территории республики практически постоянное подтопление земель отмечается в городах Козьмодемьянск, Йошкар-Ола, Волжск, п. Куяр Медведевского района и в с. Кокшайск Звениговского района. Воздействию процесса подтопления подвержены жилые дома, хозяйственные постройки и земли различного назначения [17]. В г. Йошкар-Ола к подтопленным территориям отнесены территории с глубиной залегания грунтовых вод до 5 м. В зону подтопления подпадает вся левобережная часть города. На правобережье в зону подтопления попадает северная низинная часть. Общая площадь подтопленной территории в городе составляет 52 кв. км. Подтоплению подвержены, в основном, восточная часть и территория промышленной застройки, в меньшей степени – северная и южная (вдоль побережья рек. Б. Ошла и М. Кокшага) [17].

В паводковые периоды подтапливаются земли частного сектора в северо-восточной части г. Йошкар-Ола, в г. Волжске (районы, прилегающие к р. Коноплянка), п. Куяре Медведевского района и с. Кокшайск Звениговского района [27]. Отмечаются процессы подтопления в результате паводков и в г. Козьмодемьянске [8].

В Республике Мордовия площадь подтопленных и заболоченных земель составляет около 3,2 тыс. кв. км (12,2 % от всей территории республики) [4]. В 2010 году, в условиях избыточного увлажнения находилось 141,6 тыс. га (9,0 %) сельскохозяйственных угодий, из них кормовые угодья составляли 101 тыс. га (6,4 %), пахотные земли – 39,9 тыс. га (2,5 %). Заболоченные земли занимали 14,7 тыс. га, или 0,9 % [38]. Согласно [4], на территории республики выявлены следующие территории вероятного подтопления земель:

- естественно подтопленные, с глубиной залегания уровня грунтовых вод в пределах 0–2,5 м (все населенные пункты, расположенные в пределах этих территорий считаются подтопленными и требуют проведения защитных мероприятий);
- потенциально подтопляемые, с глубиной залегания уровня грунтовых вод в пределах 2,5–5,0 м;
- потенциально неподтопляемые, с глубиной залегания уровня грунтовых вод в пределах 5,0–10,0 м;
- локально подтопляемые участки на неподтопляемых территориях, с глубиной залегания уровня грунтовых вод 10,0 м, где непосредственно на естественные условия накладываются техногенные факторы.

Наибольшее развитие процессов подтопления на территории Мордовии приурочено к участкам высокого стояния уровня грунтовых вод (2,0–2,5 м от земной поверхности) – днищам долин и прирусловым частям [4]. В результате подъема уровня грунтовых вод происходит переувлажнение зоны аэрации подземными и поверхностными водами, что приводит к интенсивному заболачиванию. Такие участки, например, выявлены в с. Нов. Зубарево Краснослободского района и в самом г. Краснослободск [12]. В 2012 г. активизация процессов подтопления отмечалась на землях северо-восточной окраины д. Литва Краснослободского района [17]. В районе г. Краснослободск отмечено заболачивание участка долины р. Мокша, обусловленное выходами подземных вод, а также частыми прорывами водопровода. В жилых строениях частного сектора происходит осадка фундаментов, образование трещин, скопление воды в подвальных помещениях [17].

В г. Саранске глубина залегания грунтовых вод изменяется в широких пределах – от 0,5 до 8,9 м [20]. Общей закономерностью является уменьшение глубины залегания грунтовых вод на приводораздельных пространствах в долинах рек Инсар, Саранка, Тавла. Питание грунтовых вод происходит в основном за счет инфильтрации атмосферных осадков и частично за счет утечек из водопроводных и канализационных систем. Разгрузка происходит в поверхностные водотоки в виде нисходящих источников. Динамика уровня грунтовых вод определяется погодным режимом. Начало наибольшего его подъема приходится на апрель – первую половину мая, период интенсивного снеготаяния. В это время на локальных участках города отмечается подтопление инженерных сооружений. Наиболее низкие значения уровня отмечаются в декабре – январе и августе – сентябре. Подтоплению на территории г. Саранска наиболее подвержены инженерные сооружения, расположенные на нижних участках склонов, особенно в зонах тальвегов и лощин, а также на застроенных участках поймы р. Инсар. Подтопление вызывается нарушени-

ем условий поверхностного и подземного стока в результате некачественного выполнения планировочных работ.

При интенсивном таянии снега весной и экстремально высоком половодье в бассейнах рек Сура, Мокша, Алатырь, Инсар, Тавла, Сивинь и др., на землях многих населенных пунктов Республики Мордовия образуются зоны подтопления, в которые попадают жилые дома, хозяйственные постройки и сельскохозяйственные угодья Октябрьского района г.о. Саранск, Темниковского (г. Темников), Краснослободского (г. Краснослободск, с. Стар. Синдрово), Ромодановского (с. Кочуново, с. Мал. Чуфаровка, д. Константиновка), Ичалковского (с. Оброчное, с. Ичалки, с. Кергуды, с. Кемля, с. Гуляево), Зубово-Полянского муниципальных районов (п. Зубова Поляна), городского поселения Ковылкино (с. Троицк) и др. [25].

В Республике Татарстан в подтопленном состоянии находится 1559 кв. км земель (2,3 % от всей территории республики), в том числе с сильной степенью подтопления (0–1,5 м) – 570 кв. км, со средней и слабой (1,5–3,0 м) – 989 кв. км [40]. Интенсивные процессы подтопления развиты на землях населенных пунктов: с. Большие Тарханы, гг. Тетюши, Чистополь, райцентрах Камское устье, Старое Дрожжаное, Рыбная Слобода и в селах Масловка, Шланга [17]. На территории Нижнекамского муниципального района подтоплению подвержены земли населенных пунктов: Прости, Борок, Новое Минькино, Красный Бор, Каенлы, Туба, Кармалы, Красная Кадка, Нижние Челны, Смыловка, Поповка, Шереметьевка, Нижняя Уратьма, Ачи, Старошешминск, Кармалы, Городище, Елантово, Березовая Грива, Уська, Дмитриевка, Ильинка, Свердловец, Камские Поляны [42].

На территории г. Казань площадь постоянного гидротехнического подтопления составляет 25 % от общей территории города, чему способствуют и потери из водонесущих коммуникаций [47]. При этом идёт затопление подвалов домов, ослабление несущей способности грунтов, коррозионное разрушение подземных коммуникаций, фундаментов зданий и сооружений, а также ухудшение экологической обстановки. На изменение гидродинамических условий водоносных горизонтов на значительной площади территории города повлияло и техногенное влияние подпора Куйбышевского водохранилища, которое в черте города распространилось вглубь низкого левого берега реки Волги и низовьев р. Казанки на расстояние до 5 км. На правобережье р. Казанки значительные площади городской застройки подтоплены постоянно [2].

Высокая вероятность подтопления земель (более 40 %) в период весенних паводков характерна для прибрежных территорий рек Свияги, Казанки, Малого и Большого Черемшана, Мешы, Вятки, Ижа, Белой, Сюня, Ика, Мензели, Зая, Шешмы, Камы и др. При самом наихудшем сценарии развития весеннего половодья на территории Республики Татарстан в зону подтопления (96,86 кв. км) могут попасть земли 41 муниципального района с 235 населенными пунктами [6].

Наибольшие площади подтопленных и заболоченных земель Удмуртской Республики сосредоточено в бассейнах рек Чепцы, Лозы, Кильмези, Позими, Постолки, Увы. При весенних паводках предполагаемая площадь затопления земель на территории республики может достигать 72 кв. км. В зону подтопления попадают земли 14 населенных пунктов, расположенных в низинах и в поймах рек республики: города – Глазов, Ижевск, Сарапул, Воткинск, Камбарка и поселки – Игра, Кез, Яган, Балезино, Дебесы, Вавож, Кизнер, Пурга, Ува. При половодье 1 % обеспеченности в г. Ижевске площадь затапливаемой жилой зоны составляет 283,6 га [41].

В Чувашской Республике в подтопленном состоянии находится 1485 кв. км земель (8,1 % от всей территории республики), в том числе с сильной степенью подтопления (0–1,5 м) – 912 кв. км, со средней и слабой (1,5–3,0 м) – 573 кв. км [40]. Подтопление земель развито по побережью Чебоксарского и Куйбышевского водохранилищ, на сельскохозяйственной низине по р. Суре. Подтоплены земли гг. Алатырь и Цивильск [8]. Сооружение Куйбышевского и Чебоксарского водохранилищ усилило процесс подтопления и заболачивания прилегающих территорий [21]. Подтопление и заболачивание особенно активно протекает в долинах рек Волги и Суры. По данным [19], подъем уровня р. Волги вызвал подпор грунтовых вод и подтопление прибрежных территорий. В зоне Куйбышевского водохранилища оказались подтопленными поймы рек Цивиль, Аниш в их нижнем течении. Влияние Чебоксарского водохранилища в части подтопления земель ощущается в пониженной части г. Чебоксары, в Заволжской части республики и Ядринской низине. Несмотря на то, что сплошного подтопления в черте г. Чебоксары не наблюдается, в пониженной части города в 70-е годы прошлого столетия наблюдались деформации зданий, связанные с замачиванием просадочной толщи грунтов, часть домов при этом были вынуждены снести.

В Заволжье подтоплению подвержены около 15 тыс. га земель. Здесь расположены поселки Сосновка, Октябрьский и Первомайский, санаторий «Чувашия», дома отдыха «Кувшинский» и «Чебоксарский», имеются сельскохозяйственные земли. Зона подтопления в районе г. Ядрин составляет около 20 тыс. га. Здесь, кроме г. Ядрин, расположены сельские населенные пункты Стрелецкая, Ивановково, Никитино, Никольское, Долина. Остальная часть района почти полностью занята сельскохозяйственными землями [19].

В период весенних паводков на территории Чувашской Республики в основном затапливаются пониженные участки местности в бассейнах рек Волга, Сура, Цивиль, Була, Ута, Бездна (Алатырский, Батыревский, Канашский, Красноармейский, Марпосадский, Ибресинский, Поречский, Урмарский, Цивильский и Янтиковский районы, а также города Чебоксары и Новочебоксарск) [7].

Крупное гидротехническое строительство, в частности, строительство оросительных систем и водохранилищ, приводит к подтоплению обширных

территорий. В результате создания водохранилищ происходит подпор грунтовых вод, уровень их повышается, что резко меняет гидрогеологические условия прилегающих территорий и приводит к заметным (а подчас и коренным) перестройкам прибрежных экосистем [45]. По данным [1], общая площадь подтопленных земель из-за повышения уровня грунтовых вод на побережьях водохранилищ России оценивается в сотни тысяч гектаров.

Со строительством водохранилищ в Приволжском регионе связано резкое нарушение гидрологического режима рек. Только при создании Волгоградского водохранилища оказалась затопленной огромная территория, в том числе 317 тыс. га пойменных земель [43]. Волга практически на всем протяжении (от истоков до Волгограда) превращена в непрерывную систему водохранилищ. Значительные площади земель вблизи водохранилищ испытывают подтопление в результате повышения уровня грунтовых вод. Эти земли, как правило, переходят в категорию заболоченных. В равнинных условиях подтопленные земли могут составлять 10% и более от затопленных. Так, по данным [36], зона подпора грунтовых вод, фиксируемая наблюдательными скважинами после заполнения водохранилищ Волжско-Камского узла, распространилась на 2–3 км на возвышенных правобережных участках и на 7–12 км – по низинному левобережью. При этом, все населенные пункты и инженерные объекты, размещенные в пределах этих зон испытывают подтопление. Происходит интенсивное подтопление и затопление земель, прилегающих к водохранилищам, особенно в Нижегородской, Самарской и Саратовской областях, Республике Башкортостан.

Площадь подтопленных береговых территорий Волгоградского водохранилища оценивается в 220–270 кв. км (7–8,7% площади водного зеркала), в зоне сильного подтопления (10–15% общей площади подтопления) находится около 4 тыс. га пахотных земель, 11 тыс. га лугов, 12 тыс. га лесов [40].

По данным [45], в районе Камского водохранилища площадь сильного и умеренного подтопления (от 0 до 1,5 м над нормальным подпорным уровнем – НПУ) составляет 207 кв. км, слабого подтопления (от 1,5 до 4,5 м над НПУ) – 168 кв. км, зоны подтопления в целом – 375 кв. км. На подтопленных берегах Камского водохранилища за период его существования произошло увеличение площади болотных и полуболотных земель. Новые участки заболоченных земель появились, во-первых, в основании заливов по крупным притокам р. Камы – Чусовой, Сылвы, Обвы, Иньвы, Косьвы, Чёрмоза – там отмечены в основном ивовые, травяные и мелколиственные (реже хвойно-мелколиственные) сообщества в начальной стадии заболачивания с отдельными участками заливных лугов. Во-вторых, новые заболоченные участки появились в северной части водоёма (в основном это верховые болота).

При строительстве Чебоксарского водохранилища было затоплено 1 118 кв. км земель, а 307 кв. км оказались в условиях подтопления. При планирующемся повышении его нормального подпорного уровня (НПУ) с 63 м

до 68 м будет затоплено ещё 1 044 кв. км, а площадь зоны подтопления увеличится на 406 кв. км [32]. В результате подъёма НПУ Нижнекамского водохранилища площадь затопления увеличится примерно на 1500 кв. км, причём около половины этой площади (710 кв. км) составят сельхозугодия [45].

Материалы исследований [40] показывают, что только наиболее крупными водохранилищами Волжско-Камского каскада в пределах региона (Горьковское, Чебоксарское, Куйбышевское, Саратовское, Волгоградское на р. Волге, Верхне-Камское, Воткинское и Нижне-Камское на р. Каме) подтапливается около 10 тыс. кв. км земель. Подтопленные водохранилищами земли, где уровень грунтовых вод находится, в основном, на глубине до 1,0 м, расположены, как правило, в низменном левобережье р. Волги и в устьях притоков. В итоге подтоплены высокоурожайные луга поймы и пахотные земли речных террас. В настоящее время пахотные земли трансформировались в малоурожайные сенокосы, которые из-за бесхозяйственного их использования зарастают кустарником.

Выводы

Проведенный анализ показал, что на территории Приволжского региона России широко распространено постоянное подтопление земель, связанное с повышением уровня подземных вод в результате природных и антропогенных факторов. Естественные процессы подтопления в основном развиваются на землях, расположенных вблизи озер, водохранилищ, в поймах и на надпойменных террасах рек и др. Техногенное подтопление земель в основном приурочено к крупным населенным пунктам, расположенных на равнинах и, в основном, связано с утечками из водонесущих коммуникаций, заполнением водохранилищ, нарушением поверхностного и подземного стока при строительстве дорог, промышленных предприятий и др. Частые и интенсивные дожди и весенне-летне-осенние паводки и половодья, которые практически ежегодно происходят на территории региона, приводят к временному подтоплению значительных площадей региона и зачастую наносят значительный ущерб населению и хозяйству.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президиума РАН по гранту в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 гг.

Библиографический список

1. Авакян А.Б. Многоликие водохранилища – феномен XX века // Российская наука: "Природой здесь нам суждено...": сб. науч.-попул. статей / под ред. акад. В.П. Скулачева. М.: Изд-во "Октопус", 2003. С. 277–283.
2. Акчурин Т.М., Бубнов Ю.П., Давыдов Р.Н., Полякова Н.В. Геологические риски и обоснование системы мониторинга геологической среды города Казани // Материалы Международной конференции «Геология крупных городов», посвященной завершению международного проекта «Использование геологической информации в управлении городской средой для предотвращения геологических рисков» (ГеоИнформ) программы ЕС «Лайф – Третьи страны» (Санкт-Петербург, 24–25 ноября 2009 года). СПб.: ВНИ Геологический институт им. А.П. Карпинского, 2009. С. 30–32.
3. Атлас Пермского края (под общей редакцией Тартаковского А.М.) / Пермский государственный национальный исследовательский университет. Пермь, 2012. 124 с.
4. Белов А.А. Развитие опасных экзогенных процессов на территории республики Мордовия // Вестник Мордовского университета. 2015. № 2. С. 132–138.
5. Государственные доклады «О состоянии защиты населения и территории Кировской области от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг.» // Киров: Главное управление МЧС РФ по Кировской области, 2008–2015.
6. Государственные доклады «О состоянии защиты населения и территории Республики Татарстан от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера за 2008–2015 гг.» // Казань: Главное управление МЧС РФ по Республике Татарстан, 2009–2016.
7. Государственные доклады «О состоянии защиты населения и территории Чувашской республики от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг.» // Чебоксары: Главное управление МЧС РФ по Чувашской Республике, 2009–2016.
8. Государственный доклад «О состоянии и использовании водных ресурсов Российской Федерации в 2009 году». М.: НИА-Природа, 2010. 288 с.
9. Государственный доклад «О состоянии и об охране окружающей среды Российской Федерации в 2009 году». М.: Минприроды РФ, 2010. 418 с.
10. Государственный доклад о состоянии природных ресурсов и охраны окружающей среды Пензенской области в 2008 году. Пенза, 2009. 128 с.
11. Государственный доклад «О состоянии окружающей природ-

- ной среды и рациональном использовании природных ресурсов в Самарской области в 2007 году». Самара, 2008.
12. Государственный доклад о состоянии и об охране окружающей среды в Республике Мордовия в 2014 году. Саранск: Министерство лесного, охотничьего хозяйства и природопользования Республики Мордовия, 2015. 196 с.
 13. Доклад «О состоянии и об охране окружающей среды Пермского края в 2015 году» / Министерство природных ресурсов лесного хозяйства и экологии Пермского края. Пермь, 2016. 264 с.
 14. Доклады о состоянии защиты населения и территории Пензенской области от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг. // Пенза: Главное управление МЧС РФ по Пензенской области, 2008–2015.
 15. Доклады о состоянии защиты населения и территорий Ульяновской области от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг. // Ульяновск: Главное управление МЧС РФ по Ульяновской области, 2008–2015.
 16. Информационный бюллетень «О состоянии геологической среды на территории Ульяновской области за 2006 год». Вып. 11. Книга 2. Государственный мониторинг экзогенных геологических процессов / ФГУГП «Волгагеология». Симбирская геолого-разведочная экспедиция. Ульяновск, 2007. 23 с.
 17. Информационные бюллетени о состоянии недр на территории Российской Федерации в 2009–2013 годах. М.: Геоинформмарк. 2010–2014. Вып. 33–37.
 18. Информационный бюллетень о состоянии поверхностных водных объектов, водохозяйственных систем и сооружений на территории Ульяновской области за 2008 год / Нижне-Волжское бассейновое водное управление. Отдел водных ресурсов по Ульяновской области. Ульяновск, 2009. 54 с.
 19. Информационный бюллетень о состоянии поверхностных водных объектов, водохозяйственных систем и сооружений на территории Чувашской Республики за 2007 год / Верхне-Волжское бассейновое водное управление. Отдел водных ресурсов по Чувашской Республике. Чебоксары, 2008. 59 с.
 20. Культурный ландшафт города Саранска (геоэкологические проблемы и ландшафтное планирование). Саранск: Изд-во Мордовского ун-та, 2002. 159 с.
 21. Максимов С.С. Современные экзогенные процессы на территории Чувашской Республики: автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. геогр. наук. Казань, 2003. 24 с.
 22. Материалы в государственный доклад «О состоянии защиты населения и территории Республики Башкортостан от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг.». Уфа: Главное управление МЧС РФ по Республике Башкортостан, 2008–2015.

23. Материалы в государственный доклад «О состоянии защиты населения и территории Российской Федерации от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг. по Оренбургской области». Оренбург: Главное управление МЧС РФ по Оренбургской области, 2009–2016.
24. Материалы в ежегодный государственный доклад «О состоянии защиты населения и территорий Пермского края от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг.». Пермь: Главное управление МЧС РФ по Пермскому краю, 2008–2015.
25. Материалы для государственного доклада «О состоянии защиты населения и территорий Республики Мордовия от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг.». Саранск: Главное управление МЧС РФ по Республике Мордовия, 2009–2016.
26. Материалы для ежегодного государственного доклада «О состоянии защиты населения и территории Нижегородской области от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг.». Нижний Новгород: Главное управление МЧС РФ по Нижегородской области, 2008–2015.
27. Материалы для ежегодного государственного доклада «О состоянии защиты населения и территории Республики Марий Эл от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг.». Йошкар-Ола: Главное управление МЧС РФ по Республике Марий Эл, 2008–2015.
28. Материалы ежегодного государственного доклада «Состояние защиты населения и территории Самарской области от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера за 2008–2015 гг.». Самара: Главное управление МЧС РФ по Самарской области, 2008–2015.
29. Материалы Саратовской области в ежегодный государственный доклад «О состоянии защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в 2008–2015 гг.». Саратов: Главное управление МЧС РФ по Саратовской области, 2008–2015.
30. Материалы парламентских слушаний по вопросу «О состоянии плодородия земель сельскохозяйственного назначения в Республике Башкортостан: проблемы и пути решения». Секретариат Государственного Собрания – Курултая Республики Башкортостан. Уфа, 2015. 100 с.
31. Назаренко О.Г. Современные процессы развития локальных гидроморфных комплексов в степных агроландшафтах: автореф. дис. ... д-ра биол. наук. М.: МГУ, 2002. 46 с.
32. Обоснование инвестиций завершения строительства Чебоксарского гидроузла 0272-ОИ. Этап 2. Т. 2. Оценка воздействия на окружающую среду. Самара: ОАО «Инженерный центр энергетике Поволжья», 2006. 497 с.

33. Природные опасности России. Экзогенные геологические процессы / под ред. В.И. Осипова, С.К. Шойгу. М.: КРУК, 2002. 345 с.
34. Разумова Н.В., Спиридонов В.П., Таранов А.А. Опасные природные процессы и явления на территории Приволжского федерального округа России // Вестник Российской Академии естественных наук. 2011. Т. 11, № 2. С. 52–59.
35. Региональный доклад о состоянии и использовании земель в Пермском крае по состоянию на 1 января 2013 года. Пермь: Управление Федеральной службы государственной регистрации кадастра и картографии по Пермскому краю, 2013. 87 с.
36. Саевец Т.Н., Зайцева Л.П., Вечканова Т.И., Шпагина О.Н. Экологические аспекты состояния геологической среды Приволжского федерального округа // Разведка и охрана недр. 2007. №7. С. 154–157.
37. Сборник сведений о состоянии и использовании земель в федеральных округах Российской Федерации в 2006 году. М.: Федеральное агентство кадастра объектов недвижимости, 2007. 184 с.
38. Седашкина С.А. Проблемы и перспективы рационального использования земель сельскохозяйственного назначения в регионе // Регионология. 2011. № 4. С. 44–46.
39. Судариков В.Н., Калинина О.Н. Экзогенные геологические процессы на территории Оренбургской области // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Интеграция науки и практики в профессиональном развитии педагога. Секция 18. Проблемы региональной геологии и геоэкологии». Оренбург: Оренбургский государственный университет. 2010. С. 1522–1529.
40. Схема комплексного использования и охраны водных объектов бассейна р. Волга. Книга 7. Сводный том СКИОВО р. Волга. Атлас карт к проекту СКИОВО р. Волга. М.: ВЕД, 2013. 229 с.
41. Схема комплексного использования и охраны водных объектов бассейна реки Кама. Книга 2. Оценка экологического состояния и ключевые проблемы речного бассейна. Утверждена приказом Камского БВУ от 7 мая 2014 г. № 116. Пермь, 2014. 121 с.
42. Схема территориального планирования Нижнекамского муниципального района. Т. 1. Текстовые материалы. Казань: Головная территориальная проектно-изыскательская, научно-производственная фирма «Татинвестгражданпроект», 2010. 194 с.
43. Труды комплексной экспедиции Саратовского университета по изучению Волгоградского и Саратовского водохранилищ (под ред. А.С. Константинова). Вып. 2. Саратов: Саратовский государственный университет, 1972. 126 с.
44. Тюкленкова Е.П., Косматова А.О., Тюнькова Н.А. Рациональное использование, экологические риски и охрана земельного

фонда Пензенской области // Современные проблемы науки и образования. 2014. Вып. 6. С. 1–10.

45. Филькин Т.Г. Состояние почвенно-растительного покрова в зоне подтопления Камским водохранилищем: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Пермь, 2011. 24 с.
46. Чуносков Д.В. Обоснование мероприятий по защите от подтопления урбанизированных территорий на основе теории риска: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2008. 26 с.
47. Шевелев А.И., Жаркова Н.И., Хузин И.А. Инженерно-геологические условия города Казани // Материалы Международной конференции «Геология крупных городов», посвященной завершению международного проекта «Использование геологической информации в управлении городской средой для предотвращения геологических рисков» (ГеоИнформ) программы ЕС «Лайф – Третьи страны» (Санкт-Петербург 24–25 ноября 2009 года). СПб.: ВНИ Геологический институт им. А.П. Карпинского, 2009. С. 15–16.
48. Штырова В.К., Нестерова О.Е. Изучение природных и техногенных геоэкологических рисков на территории города Саратова // Известия Саратовского университета. Новая серия. 2007. Т. 7. Сер. Науки о Земле. Вып. 2. С. 25–28.

References

1. Avakjan A.B. Mnogolikie vodohranilishha – fenomen HH veka (Many-sided reservoirs – the XX century phenomenon) // Rossijskaja nauka: "Prirodnoj zdes' nam suzhdeno...": sb. nauch.-popul. statej / pod red. akad. V.P. Skulacheva. M.: Izd-vo "Oktopus", 2003. S. 277–283.
2. Akchurin T.M., Bubnov Ju.P., Davydov R.N., Poljakova N.V. Geologicheskie riski i obosnovanie sistemy monitoringa geologicheskoy sredy goroda Kazani (Geological risks and justification of system of monitoring of the geological environment of the city of Kaza) // Materialy Mezhdunarodnoj konferencii «Geologija krupnyh gorodov», posvjashhennoj zaversheniju mezhdunarodnogo proekta «Ispol'zovanie geologicheskoy informacii v upravlenii gorodskoj sredoj dlja predotvrashhenija geologicheskikh riskov» (GeoInforM) programmy ES «Lajf – Tret'i strany» (Sankt-Peterburg, 24–25 nojabrja 2009 goda). SPb.: VNI Geologicheskij institut im. A.P. Karpinskogo, 2009. S. 30–32.
3. Atlas Permskogo kraja (pod obshhej redakciej Tartakovskogo A.M.) (The atlas of Perm Krai (under the general edition of Tartakovsky A. M.)) / Permskij gosudarstvennyj nacional'nyj issledovatel'skij universitet. Perm', 2012. 124 s.
4. Belov A.A. Razvitie opasnyh jekezogennyh processov na territorii respubliky Mordovija (Development of dangerous exogenous pro-

- cesses in the territory of the Republic of Mordovia) // Vestnik Mordovskogo universiteta. 2015. № 2. S. 132–138.
5. Gosudarstvennye doklady «O sostojanii zashhity naselenija i territorii Kirovskoj oblasti ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenogo haraktera v 2008–2015 gg.» (The state reports "About a condition of protection of the population and the territory of the Kirov region from emergency situations of natural and technogenic character in 2008–2015") // Kirov: Glavnoe upravlenie MChS RF po Kirovskoj oblasti, 2008–2015.
 6. Gosudarstvennye doklady «O sostojanii zashhity naselenija i territorii Respubliki Tatarstan ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenogo haraktera za 2008–2015 gg.» (The state reports "About a condition of protection of the population and the territory of the Republic of Tatarstan from emergency situations of natural and technogenic character for 2008–2015") // Kazan': Glavnoe upravlenie MChS RF po Respublike Tatarstan, 2009–2016.
 7. Gosudarstvennye doklady «O sostojanii zashhity naselenija i territorii Chuvashskoj respubliki ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenogo haraktera v 2008–2015 gg. (The state reports "About a condition of protection of the population and the territory of the Chuvash Republic from emergency situations of natural and technogenic character in 2008–2015") // Cheboksary: Glavnoe upravlenie MChS RF po Chuvashskoj respublike, 2009–2016.
 8. Gosudarstvennyj doklad «O sostojanii i ispol'zovanii vodnyh resursov Rossijskoj Federacii v 2009 godu» (The state report "About a state and use of water resources of the Russian Federation in 2009"). M.: NIA-Priroda, 2010. 288 s.
 9. Gosudarstvennyj doklad «O sostojanii i ob ohrane okruzhajushhej sredy Rossijskoj Federacii v 2009 godu» (The state report "About a state and about environmental protection of the Russian Federation in 2009"). M.: Minprirody RF, 2010. 418 s.
 10. Gosudarstvennyj doklad o sostojanii prirodnih resursov i ohrany okruzhajushhej sredy Penzenskoj oblasti v 2008 godu (The state report on a condition of natural resources and environmental protection of the Penza region in 2008). Penza, 2009. 128 s.
 11. Gosudarstvennyj doklad «O sostojanii okruzhajushhej prirodnoj sredy i racional'nom ispol'zovanii prirodnih resursov v Samar-skoj oblasti v 2007 godu» (The state report "About a condition of the surrounding environment and rational use of natural resources in the Samara region in 2007"). Samara, 2008.
 12. Gosudarstvennyj doklad o sostojanii i ob ohrane okruzhajushhej sredy v Respublike Mordovija v 2014 godu (The state report on a state and on environmental protection in the Republic of Mordovia in 2014). Saransk: Ministerstvo lesnogo, ohotnich'ego hozjajstva i prirodopol'zovanija Respubliki Mordovija, 2015. 196 s.
 13. Doklad «O sostojanii i ob ohrane okruzhajushhej sredy Permskogo kraja v 2015 godu» (The report "About a state and about environ-

mental protection of Perm Krai in 2015") / Ministerstvo prirodnih resursov lesnogo hozjajstva i jekologii Permskogo kraja. Perm', 2016. 264 s.

14. Doklady o sostojanii zashhity naselenija i territorii Penzenskoj oblasti ot chrezvychajnyh situacij prirodnoho i tehnogennoho haraktera v 2008–2015 gg. (Reports on a condition of protection of the population and the territory of the Penza region from emergency situations of natural and technogenic character in 2008-2015) // Penza: Glavnoe upravlenie MChS RF po Penzenskoj oblasti, 2008–2015.
15. Doklady o sostojanii zashhity naselenija i territorij Ul'janovskoj oblasti ot chrezvychajnyh situacij prirodnoho i tehnogennoho haraktera v 2008–2015 gg. (Reports on a condition of protection of the population and territories of the Ulyanovsk region from emergency situations of natural and technogenic character in 2008-2015) // Ul'janovsk: Glavnoe upravlenie MChS RF po Ul'janovskoj oblasti, 2008–2015.
16. Informacionnyj bjulleten' «O sostojanii geologicheskoy sredy na territorii Ul'janovskoj oblasti za 2006 god» (The newsletter "About a condition of the geological environment in the territory of the Ulyanovsk region for 2006"). Vyp. 11. Kniga 2. Gosudarstvennyj monitoring jezkogennyh geologicheskikh processov / FGUGP «Volgageologija». Simbirskaja geologo-razvedochnaja jekspedicija. Ul'janovsk, 2007. 23 s.
17. Informacionnye bjulleteni o sostojanii nedr na territorii Rossijskoj Federacii v 2009–2013 godah (Newsletters on a condition of a sub-soil in the territory of the Russian Federation in 2009-2013). M.: Geoinformmark. Vyp. 33–37. 2010–2014.
18. Informacionnyj bjulleten' o sostojanii poverhnostnyh vodnyh ob'ektov, vodohozjajstvennyh sistem i sooruzhenij na territorii Ul'janovskoj oblasti za 2008 god (The newsletter on a condition of superficial water objects, water management systems and constructions in the territory of the Ulyanovsk region for 2008) / Nizhne-Volzhskoe bassejnovoe vodnoe upravlenie. Otdel vodnyh resursov po Ul'janovskoj oblasti. Ul'janovsk, 2009. 54 s.
19. Informacionnyj bjulleten' o sostojanii poverhnostnyh vodnyh ob'ektov, vodohozjajstvennyh sistem i sooruzhenij na territorii Chuvashskoj Respubliki za 2007 god (The newsletter on a condition of superficial water objects, water management systems and constructions in the territory of the Chuvash Republic for 2007) / Verhne-Volzhskoe bassejnovoe vodnoe upravlenie. Otdel vodnyh resursov po Chuvashskoj Respublike. Cheboksary, 2008. 59 s.
20. Kul'turnyj landshaft goroda Saranska (geojekologicheskie problemy i landshaftnoe planirovanie) (Cultural landscape of the city of Saransk (geoenvironmental problems and landscape planning)). Saransk: Izd-vo Mordovskogo un-ta, 2002. 159 s.

21. Maksimov S.S. Sovremennye jekezogennye processy na territorii Chuvashskoj Respubliki (Modern exogenous processes in the territory of the Chuvash Republic): avtoref. dis. na soisk. uch. step. kand. geogr. nauk. Kazan', 2003. 24 s.
22. Materialy v gosudarstvennyj doklad «O sostojanii zashhity naselenija i territorii Respubliki Bashkortostan ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenennogo haraktera v 2008–2015 gg.» (Materials in the state report "About a condition of protection of the population and the territory of the Republic of Bashkortostan from emergency situations of natural and technogenic character in 2008-2015"). Ufa: Glavnoe upravlenie MChS RF po Respublike Bashkortostan, 2008–2015.
23. Materialy v gosudarstvennyj doklad «O sostojanii zashhity naselenija i territorii Rossijskoj Federacii ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenennogo harakter v 2008–2015 gg. po Orenburgskoj oblasti» (Materials in the state report "About a condition of protection of the population and the territory of the Russian Federation from emergency situations natural and technogenic character in 2008-2015 across the Orenburg region"). Orenburg: Glavnoe upravlenie MChS RF po Orenburgskoj oblasti, 2009–2016.
24. Materialy v ezhegodnyj gosudarstvennyj doklad «O sostojanii zashhity naselenija i territorij Permskogo kraja ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenennogo haraktera v 2008–2015 gg.» (Materials in the annual state report "About a condition of protection of the population and territories of Perm Krai from emergency situations of natural and technogenic character in 2008-2015"). Perm': Glavnoe upravlenie MChS RF po Permskomu kraju, 2008–2015.
25. Materialy dlja gosudarstvennogo doklada «O sostojanii zashhity naselenija i territorij Respubliki Mordovija ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenennogo haraktera v 2008–2015 gg.» (Materials for the state report "About a condition of protection of the population and territories of the Republic of Mordovia from emergency situations of natural and technogenic character in 2008-2015"). Saransk: Glavnoe upravlenie MChS RF po Respublike Mordovija, 2009–2016.
26. Materialy dlja ezhegodnogo gosudarstvennogo doklada «O sostojanii zashhity naselenija i territorii Nizhegorodskoj oblasti ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenennogo harakter v 2008–2015 gg.» (Materials for the annual state report "About a condition of protection of the population and the territory of the Nizhny Novgorod Region from emergency situations natural and technogenic character in 2008-2015"). Nizhnij Novgorod: Glavnoe upravlenie MChS RF po Nizhegorodskoj oblasti, 2008–2015.
27. Materialy dlja ezhegodnogo gosudarstvennogo doklada «O sostojanii zashhity naselenija i territorii Respubliki Marij Jel ot chrezvychajnyh situacij prirodnogo i tehnogenennogo haraktera v 2008–2015» (Materials for the annual state report "About a condition of

protection of the population and the territory of the Republic of Mari El from emergency situations of natural and technogenic character in 2008–2015"). Joshkar-Ola: Glavnoe upravlenie MChS RF po Respublike Marij Jel, 2008–2015.

28. Materialy ezhegodnogo gosudarstvennogo doklada «Sostojanie zashhity naselenija i territorii Samarskoj oblasti ot chrezvychajnyh situacij prirodnoho i tehnogennoho haraktera za 2008–2015 gg.» (Materials of the annual state report "A condition of protection of the population and the territory of the Samara region from emergency situations of natural and technogenic character for 2008-2015"). Samara: Glavnoe upravlenie MChS RF po Samarskoj oblasti, 2008–2015.
29. Materialy Saratovskoj oblasti v ezhegodnyj gosudarstvennyj doklad «O sostojanii zashhity naselenija i territorij ot chrezvychajnyh situacij prirodnoho i tehnogennoho haraktera v 2008–2015 gg.» (Materials of the Saratov region in the annual state report "About a condition of protection of the population and territories from emergency situations of natural and technogenic character in 2008-2015"). Saratov: Glavnoe upravlenie MChS RF po Saratovskoj oblasti, 2008–2015.
30. Materialy parlamentskih slushanij po voprosu «O sostojanii plodorodija zemel' sel'skohozjajstvennogo naznachenija v Respublike Bashkortostan: problemy i puti reshenija» (Materials of parliamentary hearings on a question "About a condition of fertility of lands of agricultural purpose in the Republic of Bashkortostan: problems and solutions"). Sekretariat Gosudarstvennogo Sobranija – Kurultaja Respubliki Bashkortostan. Ufa, 2015. 100 s.
31. Nazarenko O.G. Sovremennye processy razvitija lokal'nyh gidromorfnyh kompleksov v stepnyh agrolandshaftah (Modern developments local the gidromorfnykh of complexes in steppe agro-landscapes): avtoref. dis. ... d-ra biol. nauk. M.: MGU, 2002. 46 s.
32. Obosnovanie investicij zavershenija stroitel'stva Cheboksarskogo gidrouzla 0272-OI (Justification of investments of completion of construction of the Cheboksary water-engineering system 0272-OI). Jetap 2. T. 2. Ocenka vozdejstvija na okruzhajushhuju sredu. Samara: OAO «Inzhenernyj centr jenergetiki Povolzh'ja», 2006. 497 s.
33. Prirodnye opasnosti Rossii (Natural dangers of Russia). Jekzogennye geologicheskie processy (pod red. V.I. Osipova, S.K. Shojgu). M.: KRUK, 2002. 345 s.
34. Razumova N.V., Spiridonov V.P., Taranov A.A. Opasnye prirodnye processy i javlenija na territorii Privolzhskogo federal'nogo okruga Rossii (Natural hazards and the phenomena in the territory of the Volga Federal District of Russia) // Vestnik Rossijskoj Akademii estestvennyh nauk. 2011. T. 11, № 2. S. 52–59.
35. Regional'nyj doklad o sostojanii i ispol'zovanii zemel' v Permskom krae po sostojaniju na 1 janvarja 2013 goda (The regional report on a state and use of lands in Perm Krai as of January 1, 2013). Perm':

- Управление Федераль'noj sluzhby gosudarstvennoj registracii kadas-tra i kartografii po Permskomu kraju, 2013. 87 s.
36. Saevec T.N., Zajceva L.P., Vechkanova T.I., Shpagina O.N. Jekologicheskie aspekty sostojanija geologicheskoy sredy Privolzhskogo federal'nogo okruga (Ecological aspects of a condition of the geological environment of the Volga Federal District) // Razvedka i ohrana neдр. 2007. №7. S. 154–157.
 37. Sbornik svedenij o sostojanii i ispol'zovanii zemel' v federal'nyh okrugah Rossijskoj Federacii v 2006 godu (The collection of data on a state and use of lands in federal districts of the Russian Federation in 2006). M.: Federal'noe agentstvo kadastra ob'ektov nedvizhivosti, 2007. 184 s.
 38. Sedashkina S.A. Problemy i perspektivy racional'nogo ispol'zovanija zemel' sel'skohozjajstvennogo naznachenija v regione (Problems and the prospects of rational use of lands of agricultural purpose in the region) // Regionologija. 2011. № 4. S. 44–46.
 39. Sudarikov V.N., Kalinina O.N. Jekzogennye geologicheskie processy na territorii Orenburgskoj oblasti (Exogenous geological processes in the territory of the Orenburg region) // Materialy Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Integracija nauki i praktiki v professional'nom razvitii pedagoga. Sekcija 18. Problemy regional'noj geologii i geojekologii». Orenburg: Orenburgskij gosudarstvennyj universitet. 2010. S. 1522–1529.
 40. Shema kompleksnogo ispol'zovanija i ohrany vodnyh ob'ektov bassejna r. Volga (Scheme of complex use and protection of water objects of the basin of the Volga River). Kniga 7. Svodnyj tom SKI-VO r. Volga. Atlas kart k proektu SKIOVO r. Volga. M.: VED, 2013. 229 s.
 41. Shema kompleksnogo ispol'zovanija i ohrany vodnyh ob'ektov bassejna reki Kama (Scheme of complex use and protection of water objects of a river basin of Kam). Kniga 2. Ocenka jekologicheskogo sostojanija i ključevye problemy rechnogo bassejna. Utverzhdena prikazom Kamskogo BVU ot 7 maja 2014 g. № 116. Perm', 2014. 121 s.
 42. Shema territorial'nogo planirovanija Nizhnekamskogo municipal'nogo rajona (Scheme of territorial planning of the Nizhnekamsk municipal district). T. 1. Tekstovye materialy. Kazan': Golovnaja territorial'naja proektno-izyskatel'skaja, nauchno-proizvodstvennaja firma «Tatinvestgrazhdanproekt», 2010. 194 s.
 43. Trudy kompleksnoj jekspedicii Saratovskogo universiteta po izucheniju Volgogradskogo i Saratovskogo vodohranilishh (pod red. A.S. Konstantinova) (Works of a complex expedition of the Saratov university on studying of the Volgograd and Saratov reservoirs (under the editorship of A. S. Konstantinov)). Vyp. 2. Saratov: Saratovskij gosudarstvennyj universitet, 1972. 126 s.
 44. Tjuklenkova E.P., Kosmatova A.O., Tjun'kova N.A. Racional'noe

ispol'zovanie, jekologicheskie riski i ohrana zemel'nogo fonda Penzenskoj oblasti (Rational use, environmental risks and protection of land fund of the Penza region) // *Sovremennye problemy nauki i obrazovanija*. 2014. Vyp. 6. S. 1–10.

45. Fil'kin T.G. Sostojanie pochvenno-rastitel'nogo pokrova v zone podtoplenija Kamskim vodohranilishhem (A condition of a soil and vegetable cover in a zone of flooding by the Kama Reservoir): avtoref. dis. ... kand. biol. nauk. Perm', 2011. 24 s.
46. Chunosov D.V. Obosnovanie meroprijatij po zashhite ot podtoplenija urbanizirovannyh territorij na osnove teorii riska (Justification of actions for protection against flooding of the urbanized territories on the basis of the theory of risk): avtoref. dis. ... kand. tehn. nauk. M., 2008. 26 s.
47. Shevelev A.I., Zharkova N.I., huzin I.A. Inzhenerno-geologicheskie uslovija goroda Kazani (Engineering-geological conditions of the city of Kazan) // *Materialy Mezhdunarodnoj konferencii «Geologija krupnyh gorodov», posvjashhennoj zaversheniju mezhdunarodnogo proekta «Ispol'zovanie geologicheskoy informacii v upravlenii gorodskoj sredoj dlja predotvrashhenija geologicheskikh riskov» (GeolInforM) programmy ES «Lajf – Tret'i strany» (Sankt-Peterburg 24–25 nojabrja 2009 goda)*. SPb.: VNI Geologicheskij institut im. A.P. Karpinskogo, 2009. S. 15–16.
48. Shtyrova V.K., Nesterova O.E. Izuchenie prirodnyh i tehnogennyh geojekologicheskikh riskov na territorii goroda Saratova (Studying of natural and technological geoenvironmental risks in the territory of the city of Saratov) // *Izvestija Saratovskogo universiteta. Novaja serija*. 2007. T. 7. Ser. Nauki o zemle. Vyp. 2. S. 25–28.

УДК 911.3

Соловьев И.А. [Soloviev I.A.]

АДАПТАЦИОННО-ИНТЕГРАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПОЛИТИКИ НА СЕВЕРНОМ КАВКАЗЕ ПО ОТНОШЕНИЮ К ИММИГРАНТАМ*

Adaptation-integration aspects of state policy in the North Caucasus in relation to immigrants

В исследовании, основанном на актовых материалах и научной литературе, рассматривается государственная адаптационно-интеграционная политика на Северном Кавказе в контексте иностранной миграции, а также её территориальные аспекты. В работе определены иерархические уровни государственной миграционной политики на Северном Кавказе, приоритетные территории вселения иммигрантов, а также ключевые правовые, экономические и культурные меры государственной поддержки направленной на решение адаптационно-интеграционных проблем мигрантов. В исследовании выявлены этнические особенности государственной адаптационно-интеграционной политики по отношению к иностранным мигрантам. В результатах исследования представлены основные пространственно-временные трансформации адаптационно-интеграционной политики на Северном Кавказе по отношению к иностранным мигрантам.

The study, based on official documents and scientific literature, is considered a state of adaptation and integration policy in the North Caucasus in the context of foreign migration, as well as its territorial aspects. The paper defines the hierarchical levels of the state migration policy in the North Caucasus, the priority areas of introduction of immigrants, as well as key legal, economic and cultural measures of state support to address adaptation and integration problems of migrants. The study revealed the ethnic features of the state of adaptation and integration policy with respect to foreign workers. The results of the study presents the basic space and time transformation of adaptive-integration policy in the North Caucasus in relation to foreign workers.

Ключевые слова: миграционная политика, адаптационно-интеграционная политика, региональные особенности, Северный Кавказ, иностранные мигранты.

Key words: migration policy, adaptation and integration policy, regional features, the North Caucasus, the foreign migrants.

Введение

В государственной миграционной политике на Северном Кавказе, одной из приоритетных категорий мигрантов, являлись иностранцы. Стремление правительства использовать мигрантов для заселения Северного Кавказа в дореформенный период, было обусловлено его приграничным положением, и соседством с ареалами проживания северокавказских и закавказских народов.

* Статья подготовлена при государственной поддержке ведущих научных школ по гранту Президента Российской Федерации в рамках научно-исследовательского проекта «Иностранцы в России: стратегии и практики интеграции и адаптации в региональные сообщества» (проект № НШ-9300.2016.6).

казских народов. Государство было заинтересовано в скорейшем включении кавказских народов в сферу своего влияния с последующей их интеграцией. Необходимость этого диктовалась и экономическими факторами, по мнению властей для развития первых городских центров на Северном Кавказе следовало привлекать мигрантов из среды ремесленников и торговцев, в т.ч. политически лояльных России армян и грузин. Таким образом, привлекая иностранцев к освоению района, государство несло наименьшие издержки, т.к. представители кавказских народов были лучше приспособлены к местным природно-хозяйственным условиям.

В советские послевоенные годы в условиях обозначившихся проблем с трудовыми ресурсами правительство также привлекало для увеличения населения Северного Кавказа иммигрантов из среды соотечественников.

На современном этапе в связи с демографическим кризисом и экономической целесообразности в России с 2006 г. возобновилась государственная поддержка миграции соотечественников с учетом региональных особенностей.

Накоплен достаточно большой опыт исследования данного вопроса на Северном Кавказе. Среди основных трудов, отметим работы следующих авторов: В.М. Кабузана [1], С.А. Чекменева [2], Л.Е. Козлова [3], П.А. Щацкого [4], С.В. Фарфоровского [5], И.Л. Щеглова [6], И.В. Бентковского [7–12], В.С. Белозерова [13], Т.Н. Плохотнюк [14]. Тем не менее, несмотря на пристальное внимание к этой проблематике, ещё остается актуальность в систематизации фактического материала и выявлении территориальных адаптационно-интеграционных аспектов миграционной политики на Северном Кавказе.

Цель данного исследования – выявить особенности государственной адаптационно-интеграционной политики на Северном Кавказе в контексте миграции иностранцев.

Материалы и методика исследования

Информационную основу статьи, главным образом составила систематизация научной литературы и следующих актов материалов: законы Российской империи, постановления правительства СССР и государственные подпрограммы Ростовской области, Ставропольского и Краснодарского краев по привлечению соотечественников в Россию.

Исследование выполнено в контекстах историко-географического и комплексного социально-географического подходов на основе аналитического, сравнительно-географического и сравнительно-исторического методов.

Результаты исследования

В государственной миграционной политике на Северном Кавказе выделяется два взаимосвязанных иерархических уровня – страновой

и региональный. На первом уровне Северный Кавказ являлся приоритетной территорией вселения иммигрантов в рамках общегосударственного миграционного регулирования международной миграции. Последний уровень состоит из государственных законодательных актов территориальные рамки, которых не выходят за пределы Северного Кавказа. В дореволюционный период преобладали акты регионального значения, а в последующие этапы на против – государственного уровня.

Главными элементами государственной адаптационно-интеграционной политики по отношению к иностранным мигрантам являлись правовые, экономические, социальные и культурные меры поддержки новоселов.

К правовым механизмам интеграции иностранных мигрантов на всех исследуемых этапах относилась поддержка процесса их натурализации, заключающаяся в содействии получения российского гражданства (подданства).

Политика социокультурной адаптации имела селективный характер в зависимости от категории иностранных мигрантов. При этом преобладало стремление решения проблемы языковой интеграции при сохранении культурной идентичности, с правом создавать свои этнические сообщества [5, 24] и заниматься миссионерской деятельностью (шотландцы) [25]. Реже власти стремились ассимилировать иноэтничных мигрантов.

Из экономических стимулов в дореформенный период иностранным мигрантам предоставлялись значительные земельные участки (до 60 десятин на семью) [23, 27], денежные пособия [16], возможность заниматься торговлей и ремеслами, льготы от налогов и различных повинностей (до 30 лет) [6, 15, 26]. В советский и постсоветский периоды основу экономической государственной поддержки новоселов составляли содействие в проезде и провозе имущества иммигрантов, в их трудоустройстве и обеспечении жилищем.

Начало иностранной колонизации территории Северного Кавказа было положено манифестом Екатерины II 14 июля 1785 г. («о дозволении иностранцам селиться по городам и селениям Кавказской губернии, и отправлять беспрепятственно торги, промыслы и ремесла свои»). Колонистам предоставлялось пособие, 6-летняя льгота от всякой государственной подати и беспрепятственная возможность вернуться обратно на Родину оплатив 3-летнюю подать. Интеграционная политика к иностранным колонистам не была направлена на их культурную ассимиляцию [29]. В манифесте указывалось следующее: «...при совершенной свободе исповедания веры праотцов его, за щиту законов и правления...» [17].

Одной из первых и массовых категорий иммигрантов на Северном Кавказе являлись армяне. Их организованное переселение сюда началось по указам конца XVIII в. (табл. 1).

Таблица 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОДАТЕЛЬНЫЕ АКТЫ ПО ОРГАНИЗАЦИИ МИГРАЦИИ АРМЯН НА СЕВЕРНОМ КАВКАЗЕ

Дата выхода закона	Вид закона	Название закона
1.05.1797	Именной	«О дозволении армянам в Дербенте и других окрестных местах находящимся переселиться в Астрахань или Кизляр»
7.10.1797	Именной	«О принятии выехавших из Персии меликов с подвластным им армянским народом в российское подданство, и о поселении их на Кавказской линии»
4.08.1798	Именной	«Об отдаче земель вышедшим из Дербента армянам, выше города Кизляра лежащих»
15.04.1799	Именной	«Об отведении земель вышедшим из Дербента армянам; о дозволении им основать, на том месте, где были старые Можары и о наименовании оного городом Св. Креста; о бытии им на тех правах, какие даны Нахичеванскому армянскому обществу; о назначении обитающим в Тавриде армянам приходских церквей; о позволении Кизлярским армянам брать в оброк земли; об освобождении от постоя домов, коих хозяева разводят шелковичные деревья и выделяют шёлк и о правах моздокских и можарских армян»
28.10.1799	Грамота	На права, преимущества и вольности обществу армян астраханских, кизлярских и моздокских
9.04.1845	Высочайший	«О правах армян, перечисленных с казачьих земель на земли заштатного города Св. Креста»
19.08.1849	Сенатский	«О сложении с поселившихся при заштатном городе Св. Креста армян податных и рекрутских недоимок»

В вышеназванных актовых материалах были обозначены территориальные рамки миграции армян на Северном Кавказе. Для них были определены следующие местности: Кизляр (1797 г.) и Можары (1799 г.) [18–21]. Ещё раньше армянам им дозволили селиться в Моздоке [22]. Для немецких колонистов в дореформенный период были выделены земельные участки в окрестностях Ставрополя, КМВ и Ейска. К этим категориям иммигрантов власти использовали интеграционную политику, направленную на поддержание их самобытности.

После решения проблемы заселения Северного Кавказа к началу пореформенного периода значительно снизилась материальная поддержка иммигрантов. К примеру, при переселении на Северный Кавказ христианских народов (греки, армяне) из Турции в 1860-е гг. уже им не выплачивались денежные пособия (только самым бедным), а также и все другие льготы, исключая отсрочки от платежа податей и отбывания рекрутской повинности [10]. Минимальный набор экономической поддержки мигрантам предоставлялся в

отношении возвращающимся в Ставропольскую губернию из Турции ногайцамв начале 1860-х гг. [30].

По этим же причинам власти снизили льготный налоговый период. В частности, для иммигрантов, поселившихся в Ейске до 1 января 1859 г. по положению от 31 марта 1860 г. их освобождали на 15 лет от платежа разного рода податей и повинностей, кроме городских и земских, которые они уже оплатили ранее [28].

Стратегию, направленную на ассимиляцию, власти применяли по отношению к пленным горцам и добровольным выходцам из гор. Для этих категорий мигрантов издали особое положение 6 июля 1841 г. Было разрешено женщин, взятых в плен, отдавать на попечение женатым офицерам и чиновникам, выдавать их замуж, обращать в православную веру (по личному желанию). В случае заключения браков с нижними чинами им при этом от казны полагалось пособие на первоначальное обзаведение в размере 45 рублей. Детей можно было отдавать для обучения ремеслам [15].

Другой категорией иммигрантов по отношению, к которой использовалась ассимиляционная политика, являлись турецкие ногайцы. Одной из мер этой стратегии было стимулирование принятия ногайцами христианства. Крещеные ногайцы получали пожизненную льготу от рекрутства. Составители этих правил высказывали пожелания, «чтобы из исламских народов не образовывались особые поселения по тем соображениям, что при таких условиях инородцы не отстанут от своих кочевых привычек, затруднится сношение с ними, благодаря незнанию ими русского языка и грамоты» [6].

В советские послевоенные годы в условиях огромных демографических потерь вся территория Северного Кавказа могла использоваться под заселение иммигрантами из соотечественников. Самой повышенной поддержкой в государстве пользовались бывшие белые эмигранты, возвращающиеся в СССР.

В 1947 г. при переселении в Краснодарский край белых эмигрантов, прибывших из Франции, их обязаны были устроить на работу с учетом квалификации, выделить и подготовить для них жилые дома, оказать им помощь в хозяйственном обзаведении, предоставить необходимое количество транспортных средств, для перевозки их имущества от железнодорожных станций до мест вселения. Их распорядились снабжать хлебом (по 500 гр. в день на человека), мясными и рыбными продуктами, жиром со дня прибытия и до устройства на работу [31].

Прибывшим бывшим эмигрантам в сельскую местность выдавали единовременное пособие в размере 10 кг муки на 1 чел., производили продажу по государственным ценам промышленных товаров (ткань, одежда, пальто, обувь, бельё, мыло). В селах требовалось выделить им землю для строительства домов и приусадебные участки. Полагались единовременные денежные пособия остро нуждающимся семьям до 300 руб. на каждого члена семьи. Раз-

решалось выдавать ссуды на 5 и 10 лет сроком погашения. Выделялись необходимые строительные материалы на производство ремонта домов [32].

Схожие меры государственной поддержки получили иммигранты, из Румынии расселенные на территории Краснодарского края в 1947 г. [33], а также молokane и казаки-некрасовцы, прибывшие в 1961–1962 гг. из Турции в Ставропольский край. При этом процесс натурализации последней категории иностранных мигрантов был насильственным, у них отобрали турецкие паспорта, а лицам, желающим сдать советские паспорта и вернуться в Турцию, в этом отказывали [34].

Принятая в 2006 г. государственная программа по оказанию содействия добровольному переселению в Российскую Федерацию соотечественников, проживающих за рубежом, имеет бессрочный характер и предусматривает для мигрантов выплаты различных денежных компенсаций, подъемные пособия и другие льготы: компенсацию расходов на переезд; компенсацию расходов на уплату государственной пошлины; пособие на обустройство в зависимости от территории приоритетного вселения (в размере до 240 тыс. руб. – участнику программы, и до 120 тыс. руб. членам семьи); ежемесячное пособие, при отсутствии источников дохода; компенсацию на ввоз имущества; разрешение на временное проживание, и на приобретение гражданства Российской Федерации в упрощенном порядке (за 6 месяцев) [35].

По-прежнему, как и в советские годы, к территориям вселения приоритетного значения относятся районы Сибири и Дальнего Востока. На Северном Кавказе реализуются эта программа только в трех субъектах – Ростовской области (срок реализации 2014–2020 гг.) [36], Ставропольском (срок реализации 2016–2018 гг.) [37] и Краснодарском краях (2016–2021 гг.) [38]. В рамках этих программ на Северном Кавказе планируется принять 12 тысяч соотечественников (табл. 2). С учетом членов семей соотечественников ожидается прием около 40 тысяч человек.

Таблица 2. ПЛАНИРУЕМОЕ КОЛИЧЕСТВО УЧАСТНИКОВ ПРОГРАММЫ ПРИВЛЕЧЕНИЯ СООТЕЧЕСТВЕННИКОВ (ЧЕЛ.)

Ростовская область	Ставропольский край	Краснодарский край
6000	3000	3000

В Ростовской области необходимость её введения обусловлена продолжающимся снижением численности населения. Поэтому здесь программа стала реализовываться раньше других регионов Северного Кавказа, и рассчитана она на большее число соотечественников, чем в соседних субъектах (табл. 2).

В Ставропольском крае её введение связано, прежде всего, с быстрой

сменой этнического состава, происходящей из-за национальных различий в процессе воспроизводства и полиэтнического миграционного потока. Поэтому привлечение соотечественников должно способствовать притоку русскоязычного населения, тем самым снижая угрозы этнокультурной и демографической безопасности региона.

В Краснодарском крае основной причиной введения данной подпрограммы является политика приоритетности использования лучше адаптирующихся и интегрирующихся соотечественников в принимающем сообществе, чем представителей других культур из числа иностранной рабочей силы. Немаловажным является и тот факт, что соотечественники в большинстве своем относятся к квалифицированным работникам, потребность в которых ощущается на рынках труда Краснодарского края. Таким образом, включение Краснодарского края в реализацию программы соотечественников преимущественно обусловлено повышению уровня региональной экономической, демографической и этнокультурной безопасности региона.

Вся территория Ростовской области без исключения, по этой подпрограмме может использоваться для вселения соотечественников. В отличие от Ростовской области, на Ставрополье к приоритетным территориям вселения соотечественников отнесены почти все сельские муниципальные районы (24 из 25) и одно муниципальное образование (Сенгилеевский сельсовет) Шпаковского района. Таким образом, в число территорий вселения на Ставрополье не вошла только большая часть Шпаковского района и города Ставрополь, Невинномысск, города-курорты Кавказских Минеральных Вод и территория Минераловодского городского округа. Как видно, во главе угла внутрикраевой миграционной политики находится обеспокоенность правительства края оттоком населения из села в город, и быстро меняющейся в связи с этим этнической структурой данных муниципалитетов.

На 24 августа 2016 г. в Краснодарском крае в программе привлечения соотечественников участвовали следующие муниципальные образования: Гулькевичское, Динское, Ейское, Кореновское, Красноармейское, Кушевское, Новокубанское, Туапсинское, Усть-Лабинское, и Успенское. К территориям вселения относятся только станицы и хутора. Например, в Каневском районе такими поселениями являются станица Каневская и хутора Сухие Челбасы, Средние Челбасы, Орджоникидзе, Бурсаки.

Участникам программы на Северном Кавказе, в отличие от регионов Азиатской России полагаются небольшие «подъемные» денежные пособия на обустройство (15 тыс. рублей на участника программы и по 2 тыс. рублей на каждого члена семьи) [39].

Выводы

Иностранную колонизацию Северного Кавказа государство поддерживало наибольшими экономическими и другими стимулами, и

особенно немцев за исключением турецких греков и ногайцев. Вероятно, это связано со стратегией на развитие экономики в сельской местности колонистами из модернизированной Европы. С этой целью создавались образцовые хозяйства, использовались более совершенные орудия труда, выращивались новые культуры, в свою очередь в городской местности за счет немецких, армянских и грузинских переселенцев получало развитие ремесло и торговля.

Главную роль в процессе закрепления на местах этнических мигрантов играла мягкая интеграционная политика, направленная не на их ассимиляцию, а на сохранение свободы вероисповедания, традиций исполнения обрядов и обучения детей. За исключением пленных горцев и единичных случаев добровольной их миграции в Россию.

Территориальный приоритет адаптационной политики заметно выражен в отношении армянских и немецких колонистов, которых правительство старалось расселять в городах (Кизляр, Св. Крест, Моздок) или вблизи городов для обеспечения продуктами питания местных рынков, тем самым дополнительно стимулируя экономическое развитие колоний за счет торговли. Первые городские центры на Северном Кавказе, такие как Моздок, Екатериноград, Кизляр преимущественно возникли благодаря привлечению сюда торговцев и ремесленников из кавказских народов армян и грузин. В свою очередь первые немецкие колонии концентрировались вблизи городов Пятигорска, Ставрополя, Ейска и др. Для остальных категорий (ногайцы, горцы, греки) сельскохозяйственных иноэтничных мигрантов власти выделяли наименьшие экономические льготы.

Значительной материальной поддержкой характеризовалась миграция соотечественников в Советском Союзе. В послевоенные годы во всех субъектах Северного Кавказа могли селиться соотечественники из числа бывших белых эмигрантов, а также русские из Румынии и Турции. Большую часть соотечественников, в этот период принял Краснодарский и Ставропольский края [40].

На современном этапе региональные аспекты имеет только государственная программа по привлечению соотечественников из зарубежных стран. При этом с 2006 по 2014 г. среди субъектов Российской Федерации не было ни одного региона Северного Кавказа. Однако в силу внутренней специфики этнодемографических, экономических, политических особенностей на Северном Кавказе, Ростовская область, Ставропольский и Краснодарский края подключились к реализации этой программы. Причем с учетом более значимых демографических проблем в Ростовской области вся её территория вошла в число приоритетных для вселения соотечественников, тогда как на Ставрополье и в Краснодарском крае для этого были определены, только сельские районы. Причем в последнем регионе большинство сельских районов ещё не приняли участие в привлечении соотечественников.

Библиографический список

1. Кабузан В.М. Население Северного Кавказа в XIX–XX веках. СПб., 1996.
2. Некоторые вопросы социально-экономического развития Юго-Восточной России / Ред. коллегия: С.А. Чекменев (ответ. ред.), В.А. Романовский, В.П. Невская. Ставрополь, 1970.
3. Козлов Л.Е. Краткий очерк переселенческих участков Черноморской губернии. Тифлис, 1906.
4. Щацкий П.А. Сельское хозяйство Предкавказья в 1861–1905 гг. Ставрополь, 1970.
5. Фарфоровский С.В. Ногайцы Ставропольской губернии Историко-этнографический очерк. Тифлис, 1909.
6. Щеглов И.Л. Трухмены и ногайцы Ставропольской губернии. Сведения о хозяйстве оседлых и кочующих инородцев, русских крестьян и хуторян – овцеводов в Трухменской и Ачикулакской степи Ставропольской губернии. Т. I. Ставрополь, 1910. С. 107, 111.
7. Бентковский И.В. Моздокские крещенные осетины и черкесы // Ставропольские губернские ведомости. 1880. № 3–4;
8. Бентковский И.В. Бабуковцы // Ставропольские губернские ведомости. 1879. № 30, 51.
9. Бентковский И.В. Заштатный город Святого Креста // Ставропольские губернские ведомости. 1878. № 44, 47–51.
10. Бентковский И.В. Очерк заселения свободных земель Пятигорского уезда, оставшихся после ушедших в Турцию ногайцев // Сборник сведений Ставропольской губернии. В. 3. Ставрополь, 1870. С. 18.
11. Бентковский И.В. Кочующие народы в Ставропольской губернии // Ставропольские губернские ведомости, 1881. № 47.
12. Бентковский И.В. Моздокские так – называемые крещенные калмыки // Ставропольские губернские ведомости, 1880. № 35, 38, 42.
13. Белозеров В.С. Этническая карта Северного Кавказа. Ставрополь, 2005.
14. Плохотнюк Т.Н. Немецкое население Северного Кавказа: социально-экономическая, политическая и религиозная жизнь (последняя четверть XVIII – середина XX в.). Ставрополь, 2002. С. 3–10.
15. Шамрай В. Историческая справка об иногородних в Кубанской области по документам, извлеченным из дел Кубанского войскового архива // Кубанский сборник. Т. 7. Екатеринодар, 1901. С. 83.
16. Цагарели А.А. Сношения России с Кавказом в XVI–XVIII столетиях. СПб., 1891. С. 36.
17. Полное собрание законов Российской Империи (далее – ПСЗ-I), Т. 22. № 16226 от 14 июля 1785 г., с. 428–429.
18. ПСЗ-I, т. 24, № 17947 от 1 мая 1797 г., с. 601.
19. ПСЗ-I, т. 24, № 18189 от 7 октября 1797 г., с. 761.
20. ПСЗ-I, т. 25, № 18611 от 4 августа 1798 г., с. 330–331.
21. ПСЗ-I, т. 25, № 18935 от 15 апреля 1799 г., с. 619–620.

22. ПСЗ-I, т. 25, № 19169 от 28 октября 1799 г., с. 840–842.
23. ПСЗ-II, т. 20, № 18910 от 9 апреля 1845 г. с. 317–318.
24. ПСЗ-II, т. 24, № 23466 от 19 августа 1849 г. с. 24–25.
25. ПСЗ-I, т. 27, № 20522 от 22 ноября 1802 г., с. 369.
26. ПСЗ-I, т. 29, № 22410 от 25 декабря 1806 г., с. 960–962.
27. ПСЗ-II, т. 3, № 251 от 15 декабря 1828 г., с. 1142–1143.
28. ПСЗ-II, т. 35, № 35649 от 31 марта 1860 г. с. 359–362.
29. ПСЗ-III, т. 8, № 5382 от 2 июля 1888 г. с. 421–422.
30. Государственный архив Ставропольского края. Ф. 249. Оп. 2. Д. 61, Лл. 16 об. – 17.
31. Российский государственный архив экономики. Ф. 5675. Оп. 1. Д. 141. Л. 148.
32. Государственный архив Российской Федерации (далее – ГАРФ). Ф. а–27. Оп. 1. Д. 24. Л. 147.
33. ГАРФ. Ф. а–327. Оп. 1. Д. 27. Л. 65.
34. ГАРФ. Ф. а–518. Оп. 2. Д. 20. Лл. 2–4.
35. Государственная программа по оказанию содействия добровольному переселению в Российскую Федерацию соотечественников, проживающих за рубежом (утверждена Указом Президента Российской Федерации от 22 июня 2006 г. № 637). URL: https://гуvm.мвд.рф/about/compatriots/Informacionnie_materiali.
36. Подпрограмма «Оказание содействия добровольному переселению в Ростовскую область соотечественников, проживающих за рубежом» (утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 06.08.2014 № 1473-р). URL: <https://гуvm.мвд.рф/document/6458>.
37. Подпрограмма «Оказание содействия добровольному переселению в Ставропольский край соотечественников, проживающих за рубежом» государственной программы Ставропольского края «Развитие сферы труда и занятости населения» (утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 ноября 2015 г. № 2380-р). URL: <https://гуvm.мвд.рф/document/6460>.
38. Подпрограмма «Оказание содействия добровольному переселению в Краснодарский край, соотечественников, проживающих за рубежом» государственной программы Краснодарского края «Содействие занятости населения» на 2016–2021 (утверждена распоряжением правительства РФ от 3 февраля 2016 года N 145-р). URL: https://23.мвд.рф/citizens/government_services/migrant/3.
39. В программе переселения Ставрополя сняты ограничения для жителей Украины // информационное агентство «Regnum». URL: <https://regnum.ru/news/polit/2214929.html>.
40. Соловьев И.А. Географические особенности плановых миграций на Северном Кавказе и проблемы адаптации // Наука. Инновации. Технологии, 2016. №3. С. 205–207.

References

1. Kabuzan, V.M. (1996). Naselenie Severnogo Kavkaza v XIX–XX vekah [The population of the North Caucasus in the XIX–XX centuries], St.-Peterburg, Russia.
2. Chekmenev, S.A. (1970). Nekotorye voprosy sozialino-ekonomicheskogo razvitiya Yugo-Vostochnoy Rossii [Some issues of socio-economic development of South-Eastern Russia]. Stavropol, Russia.
3. Kozlov, L.E. (1906). Kratkiy ocherk pereselencheskih uchastkov Chernomorskoj gubernii [A short sketch of the resettlement areas of the Black Sea province]. Tiflis, Russia.
4. Shchazkiy, P.A. (1970). Sel'skoe hozyajstvo Predkavkaz'ya [Agriculture of Ciscaucasia in 1861–1905]. Stavropol, Russia.
5. Farforovskij, S.V. (1909). Nogajtsy Stavropol'skoj gubernii. Istoriko-etnograficheskij ocherk [Nogai of the Stavropol province Historical and ethnographic sketch.]. Tiflis, Russia.
6. Shcheglov, I.L. (1910). Truhmeny i nogajtsy Stavropol'skoj gubernii. Svedeniya o hozyajstve osedlyh i kochuyushchih inorodcev, russkikh krest'yan i hutoryan-ovzevodov v Truhmenskoj i Achikulazkoj stepi Stavropol'skoj gubernii [Truhmens and Nogais of the Stavropol Gubernia. Data on the economy of settled and nomadic aliens, Russian peasants and farmers – sheep breeders in the Trukhmenskaya and Achikulak steppes of the Stavropol province], Stavropol, Russia.
7. Bentkovskij, I.V. (1880). "Mozdok baptized Ossetians and Circassians", Stavropol provincial gazette. Vol. 3–4.
8. Bentkovskij, I.V. (1879). "Babukovtsy", Stavropol provincial gazette. Vol. 30–51.
9. Bentkovskij, I.V. (1878). "The Overcast City of the Holy Cross", Stavropol provincial gazette. Vol. 44, 47–51.
10. Bentkovskij, I.V. (1870). "Essay on the settlement of the free lands of the Pyatigorsk district, left after the Nogais who left in Turkey", Collection of information Stavropol province. Vol. 3. p. 18.
11. Bentkovskij, I.V. (1881). "The nomadic peoples in the Stavropol province", Stavropol provincial gazette. Vol. 47.
12. Bentkovskij, I.V. (1880). "Mozdok's so-called baptized Kalmyks", Stavropol provincial gazette. Vol. 35, 38, 42.
13. Belozеров, V.S. (2005). Etnicheskaya karta Severnogo Kavkaza [Ethnic map of the North Caucasus]. Stavropol, Russia.
14. Plohotnyuk, T.N. (2002). Nemetskoe naselenie Severnogo Kavkaza: sotsial'no-ekonomicheskaya, politicheskaya i religioznayazhizn' (poslednyaya chetvert' XVIII – seredina XX v.) [The German population of the North Caucasus: socio-economic, political and religious life (last quarter of the XVIIIth – mid-20th century)], Stavropol, Russia.
15. Chamraj, V. (1901). "Historical reference on out-of-town people in the Kuban region according to documents extracted from the files of the Kuban army archive", Kuban collection. Vol. 7. P. 83.
16. Tzagareli, A.A. (1891). Snosheniya Rossii s Kavkazom v XVI–XVIII

stoletiyah [Russia's relations with the Caucasus in the XVI–XVIII centuries]. St.-Peterburg, Russia.

17. Complete collection of laws of the Russian Empire-I. T. 22. Vol. 16226. Pp. 428–429.
18. Complete collection of laws of the Russian Empire-I. T. 24. Vol. 17947. P. 601.
19. Complete collection of laws of the Russian Empire-I. T. 24. Vol. 18189. P. 761.
20. Complete collection of laws of the Russian Empire-I. T. 25. Vol. 18611. Pp. 330–331.
21. Complete collection of laws of the Russian Empire-I. T. 25. Vol. 18935. Pp. 619–620.
22. Complete collection of laws of the Russian Empire-I. T. 25. Vol. 19169. Pp. 840–842.
23. Complete collection of laws of the Russian Empire-II. T. 20. Vol. 18910. Pp. 317–318.
24. Complete collection of laws of the Russian Empire-II. T. 24. Vol. 23466. Pp. 24–25.
25. Complete collection of laws of the Russian Empire-II. T. 27. Vol. 20522. P. 369.
26. Complete collection of laws of the Russian Empire-II. T. 29. Vol. 22410. Pp. 960–962.
27. Complete collection of laws of the Russian Empire-II. T. 3. Vol. 251. Pp. 1142–1143.
28. Complete collection of laws of the Russian Empire-III. T. 8. Vol. 5382. Pp. 421–422.
29. The State Archives of the Stavropol Territory. F. 249. Inv. 2. D. 61.
30. The Russian State Archive of Economics. F. 5675. Inv. 1. D. 141.
31. The Russian State Archive of Economics. F. A–327. Inv. 1. D. 24.
32. State Archives of the Russian Federation. F. A–327. Inv. 1. D. 24.
33. State Archives of the Russian Federation. F. A–327. Inv. 1. D. 27.
34. State Archives of the Russian Federation. F. A–327. Inv. 2. D. 20.
35. Official site of the GUVd of the Ministry of Internal Affairs of Russia (2006), available at: https://гвм.мвд.рф/about/compatriots/Informacionnie_materiali (Assessed 10 February 2017).
36. Official site of the GUVd of the Ministry of Internal Affairs of Russia (2006), available at: <https://гвм.мвд.рф/document/6458> (Assessed 10 February 2017).
37. Official site of the GUVd of the Ministry of Internal Affairs of Russia (2006), available at: <https://гвм.мвд.рф/document/6460> (Assessed 10 February 2017).
38. Official site of the GUVd of the Ministry of Internal Affairs of Russia (2006), available at: https://23.мвд.рф/citizens/government_services/migrant/3 (Assessed 10 February 2017).
39. Information agency "Regnum", available at: <https://regnum.ru/news/polit/2214929.html> (Assessed 10 February 2017).
40. Solov'ev, I.A. (2016) «Geographic features of planned migrations in the North Caucasus and adaptation problems», The science. Innovation. Technologies. Vol. 3, pp. 205–207.

УДК 615.322

Супрунчук В.Е. [Suprunchuk V.E.],
Денисова Е.В. [Denisova E.V.]

БЕЛОК-ПОЛИСАХАРИДНЫЕ МИКРОКАПСУЛЫ, СФОРМИРОВАННЫЕ НА МАТРИЦАХ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

Protein-polysaccharide microcapsules formed on matrices of different structures

В данной работе рассматривается возможность формирования микрокапсул путем послойной адсорбции биополиэлектролитов на ядрах неорганической (частицы CaCO_3) и полимерной природы (полистирольные частицы). Нами была осуществлена оценка размеров полученных микрокапсул, их форма, количественный выход. В качестве высокомолекулярного полианиона был использован фукоидан (F), в качестве высокомолекулярного поликатиона – бычий сывороточный альбумин (БСА). Удаление ядер осуществлялось путем понижения pH системы до 4, в случае карбонатной матрицы, или вымыванием с помощью тетрагидрофурана, в случае полистирольных носителей. Установлено, что природа матрицы, используемой для формирования микрокапсул, влияет на степень включения белка и выход полиэлектролитных частиц.

In this paper we consider the possibility of forming microcapsules by layer-by-layer adsorption of polymers on inorganic cores and polymeric nature. Removal of the carbonate cores were performed by lowering the pH of the system to 4.5. Removal of the polystyrene matrix were carried out using tetrahydrofuran in the case of polystyrene media. It is established that the nature of the matrix used for the formation of microcapsules, affect the degree of incorporation of protein and the yield of polyelectrolyte particles.

Ключевые слова: послойная адсорбция, фукоидан, БСА, микрокапсулы.
Key words: layer by layer adsorption, fucoidan, BSA, microcapsule.

Введение

На сегодняшний день в фармацевтической промышленности все более актуальной стоит проблема разработки новых технологий для создания препаратов с заданными свойствами в целях повышения эффективности их действия и снижения побочных эффектов. Одним из перспективных и популярных методов разработки является метод микрокапсулирования.

Микрокапсулирование позволяет усилить терапевтический эффект, улучшить фармакинетический профиль, увеличить биодоступность, и одновременно, снизить побочное действие фармацевтических средств, а так же повысить химическую и конформационную стабильность.

В качестве материала для формирования микрокапсул используют синтетические (полиакрилаты, полидиоксаноны, поликапролактоны) или

природные полимеры (липиды, белки, полисахариды), либо их сочетание. Физико-химические характеристики создаваемых микрокапсул (размер, стабильность, количество слоев) зависят от ряда факторов, в том числе pH среды, ПАВ, температуры и т. д.

Интерес к природным полимерам обусловлен тем, что они не токсичны, не вызывают аллергических реакций, продукты их распада не накапливаются в организме и могут выводиться из него или участвовать в дальнейшем метаболизме. Биополимеры эффективно взаимодействуют с клетками, что способствует повышению продуктивности их действия. Кроме того, полиэлектролиты природного происхождения обладают реакционно-способными функциональными группами, легко вступающими в химические реакции.

Фукоидан – сульфатированный гетерополисахарид, выделяемый из бурых водорослей, широко распространенных в морях приполярных и умеренных широт. Фукоидан обладает рядом важных характеристик. Во-первых, распространённость и доступность источника полисахарида. Данный полисахарид выделяют из бурых водорослей широко распространенных в морях приполярных и умеренных широт. Во-вторых, обладает широким спектром биологической активности и является антикоагулянтным [12], противоопухолевым, иммуномодулирующим [6], антибактериальным, противовирусным [2], противовоспалительным [10] агентам. Ряд научных исследований [15; 11; 5] показали, что полисахарид индуцирует апоптоз, и ингибирует ангиогенез, метастазирование и инвазию различных раковых клеток, т.е. является мощным ангиогенным и противораковым агентом, перспективным для терапии раковых заболеваний. 336]. Так при действии фукоидана отмечается значительное снижение *in vitro* жизнеспособности клеток меланомы B16 и карциномы легких, ингибирование их роста.

Но в тоже время, с точки зрения физики растворов, фукоидан имеет способность к гелеобразованию, самоорганизации, может выполнять роль стабилизатора и эмульгатора.

С более глубоким изучением свойств фукоидана, расширяются и области его применения. Можно выделить такие направления как терапия инфекционных заболеваний, терапия диабетической ретинопатии и др.

Микрокапсулы, сформированные с применением фукоидана, могут быть использованы для доставки биологически активных веществ. Также высока вероятность повышения биологической активности самого полисахарида, в связи с тем, что в растворе он находится в свободном состоянии и

может легко изменять свою конформацию, в то время как в микрокапсулах структура фиксирована, и может способствовать более эффективному взаимодействию с изучаемыми объектами [9].

Существует множество работ, направленных на изучение условий формирования комплексов белок/полисахарид [3, 9, 16], и лишь небольшое их число исследуют БСА/фукоидановые конъюгаты [7, 8]. Движущей силой образования полиэлектролитных комплексов белок/полисахарид является электростатическое взаимодействие между противоположно заряженными биополимерами. Полнота образования комплексов, их растворимость зависит от pH, ионной силы среды, соотношения белок/полисахарид [6]. Микроструктурные объекты с применением фукоидана могут быть использованы для доставки различных веществ, с малым количеством ограничений в отношении их химической природы, свойств и размера молекул, что дает уникальную возможность для решения многих медицинских проблем.

В данной работе рассматривается возможность формирования микрокапсул путем послойной адсорбции биополиэлектролитов на носителях неорганической и полимерной природы, осуществляется оценка размеров полученных микрокапсул, форма, количественных выход образуемых частиц. В качестве высокомолекулярного полианиона использовали фукоидан, поликатиона – бычий сывороточный альбумин (БСА), матрицами выступали микрочастицы CaCO_3 и полистирола.

Материалы исследования

Получение полиэлектролитных микрокапсул осуществлялось по известной методике [13] путем смешивания равных объемов суспензии CaCO_3 (0,5 %) (I) или полистирольных частиц (0,5 %) (II) и БСА (1 мг/л) при постоянном перемешивании на магнитной мешалке. Через 15 мин вносили такой же объем 1,5 % раствора фукоидана (F) в фосфатном буфере (pH 7,4), перемешивали 15 мин при комнатной температуре. Каждое нанесение повторяли 5 раз. Центрифугировали ($3,500 \times g$, 30 мин), промывали дистиллированной водой. Затем микрокапсулы обрабатывали 0,1 М HCl для удаления ядра, доводя pH до 4. Микрокапсулы II дополнительно обрабатывали ТГФ в течение 12 ч. После чего оба образца центрифугировали ($3,500 \times g$, 30 мин) и промывали.

Размер полученных микрокапсул оценивали методом динамического рассеяния света на спектрометре PHOTOCOR COMPLEX (ООО «Антек-97», Россия) с применением программного обеспечения FAST Version 2.8.3. (Alango Ltd.). Программное обеспечение осуществляет расчет по формуле Стокса–Эйнштейна, что позволяет получить оптимальное распределение по размерам микрочастиц. Для рассмотрения возможности изменения диаметра микрокапсул после удаления матрицы осуществляли измерение размера частиц до и после удаления ядра.

Степень включения белка (СВБ) и выхода полученных микрочастиц (ВМ) рассчитывали по формулам, количественное содержание белка определяли спектрофотометрически по методу Бредфорд:

$$\text{СВБ} = \frac{m_1 - m_2}{m_1} \times 100\%,$$

где m_1 – исходная масса белка, m_2 – масса невключенного белка.

ВМ рассчитывали в процентах от массы использованных для их формирования полимеров:

$$\text{ВМ} = \frac{m_2}{m_1} \times 100\%,$$

где m_1 – исходная масса полимеров в растворе, m_2 – масса микрочастиц, не содержащих ядра.

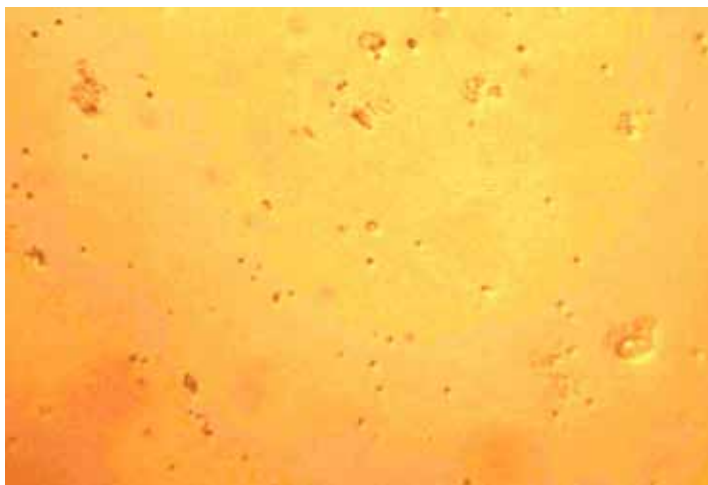
Визуализация микрочастиц проводилась с помощью оптического микроскопа Motic.

Обсуждение результатов

Используемый в работе полисахарид является слабым полиэлектролитом и степень его диссоциации сильно зависит от pH среды. Известно, что раствор фукоидана имеет максимальный отрицательный заряд при pH 7, поэтому готовили раствор полисахарида с соответствующим pH.

Получение полиэлектролитных микрокапсул осуществляли путем последовательной адсорбции отрицательно заряженного F и положительно заряженного БСА на карбонатных и полистирольных микрочастицах. В связи с тем, что поверхность карбонатных матриц имеет положительный заряд [1], а полистирольных – отрицательный [14], то первым слоем наносился БСА при pH 7,4, а затем F с образованием полиэлектролитного комплекса. Последовательное нанесение повторяли до достижения необходимого количества слоев. Удаление ядра из микрокапсул образованных на CaCO_3 -матрице осуществляли с помощью 0,1 М HCl, благодаря чему, помимо растворения ядра, осуществляли понижение pH системы до 4, что приводило к формированию более плотного комплекса F/БСА. Так постепенное понижение pH системы приводит сперва к взаимодействию аминокрупп белка и боковых цепей фукоидана с образованием растворимого комплекса белок/полисахарид, дальнейшее понижение pH приводит к нейтрализации заряда и образуется нерастворимый комплекс. При достижении pH 4 осуществляется уплотнение структуры комплекса за счет максимального взаимодействия белок-полисахарид [4]. Полистирольное ядро удаляли с помощью путем обработки полученных частиц ТГФ.

Полученные микрокапсулы и микрочастицы имели форму близкую к сферической. Удаление ядра привело к изменению размера многослойных

100 μm 100 μm **Рис. 1.**

а) микрокапсулы, сформированные на карбонатной матрице (микрокапсулы I);
б) микрокапсулы, сформированные на полистирольной матрице (микрокапсулы II)

частиц (рис. 1). Так размер микрочастиц, сформированных на полистирольных матрицах, до удаления ядра находился в пределах $3,65 \pm 0,8 \mu\text{m}$, а диаметр микрокапсул составил $2,79 \pm 0,5 \mu\text{m}$. При использовании карбонатной матрицы до и после удаления ядра диаметр полученных многослойных

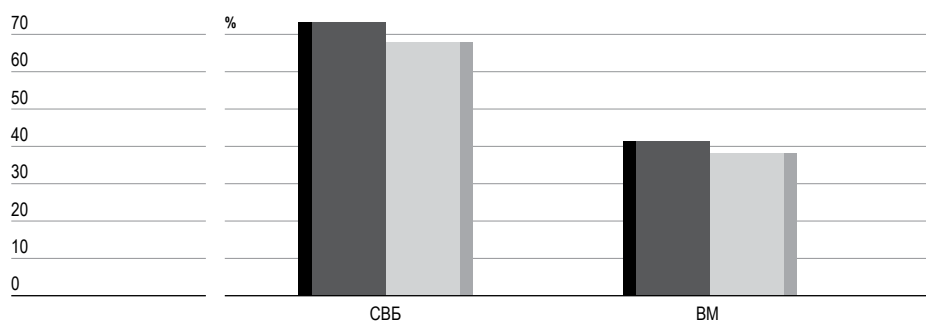


Рис. 2. Степень включения белка (СВБ) и выход микрокапсул (ВМ) при использовании матриц разной природы.

микрокапсул существенно не изменился и составил $4,10 \pm 0,9$ $\mu\text{м}$ и $3,98 \pm 0,6$ $\mu\text{м}$.

Определение СВБ белка осуществляли спектрофотометрически по методу Бредфорда. Выход полиэлектrolитного комплекса определяли весовым методом.

Установлено, что на выход многослойных микрокапсул влияет природа матрицы, используемой для их формирования. Так микрокапсулы, сформированные методом послойной адсорбции на карбонатной матрице имели больший выход ($47,73 \pm 0,33$ %), чем микрокапсулы, сформированные на матрице полистирольной природы ($38,26 \pm 0,13$ %).

Степень включения белка так же имеет зависимость от вида носителя. Применение CaCO_3 -матрицы привело к более эффективному включению белка и составило $73,33 \pm 0,43$ %. Наблюдаемое увеличение выхода микрокапсул, сформированных на карбонатной матрице, а также более высокая степень включения белка может быть связана с пористостью поверхности карбонатных частиц и связанными с ней сорбционными процессами.

Выводы

В результате работы были сформированы многослойные микрокапсулы на основе природных полимеров (БСА/Ф) с применением матриц неорганической и органической природы. Полученные микрокапсулы

имели форму близкую к сферической, с изменяющимся размером до и после удаления ядра, что было доказано с помощью метода динамического рассеяния света.

Кроме того были изучены количественный выход микрокапсул, а также степень включения белка. Установлено, что на рассматриваемые параметры существенное влияние оказывает природа матрицы, применимой для формирования микрокапсул, что может быть связано с пористостью поверхности ядер неорганической природы, и связанными с ней сорбционными процессами.

Библиографический список

1. Berth G. et al. Polyelectrolyte complexes and layer-by-layer capsules from chitosan/chitosan sulfate // *Biomacromolecules*. 2002. Т. 3. №3. С. 579–590.
2. Bilan M.I. et al. Structure of a fucoidan from the brown seaweed *Fucus evanescens* C. Ag // *Carbohydrate research*. 2002. Т. 337. №8. С. 719–730.
3. Chen M.C. et al. The characteristics, biodistribution and bioavailability of a chitosan-based nanoparticulate system for the oral delivery of heparin // *Biomaterials*. 2009. Т. 30, №34. С. 6629–6637.
4. De Souza C.J.F. et al. Polymeric complexes obtained from the interaction of bovine serum albumin and κ -carrageenan // *Food Hydrocolloids*. 2015. Т. 45. С. 286–290.
5. Kalimuthu S., Kim S.K. Fucoidan, a sulfated polysaccharides from brown algae as therapeutic target for cancer // *Handbook of Anti-cancer Drugs from Marine Origin*. Springer International Publishing, 2015. С. 145–164.
6. Khil'chenko S.R. et al. Immunostimulatory activity of fucoidan from the brown alga *Fucus evanescens*: role of sulfates and acetates // *Journal of Carbohydrate Chemistry*. 2011. Т. 30. №4–6. С. 291–305.
7. Kim D.Y., Shin W.S. Characterisation of bovine serum albumin–fucoidan conjugates prepared via the Maillard reaction // *Food chemistry*. 2015. Т. 173. С. 1–6.
8. Kim D.Y., Shin W.S. Functional improvements in bovine serum albumin–fucoidan conjugate through the Maillard reaction // *Food chemistry*. 2016. Т. 190. С. 974–981.
9. Kim D.Y., Shin W.S. Unique characteristics of self-assembly of bovine serum albumin and fucoidan, an anionic sulfated polysaccharide, under various aqueous environments // *Food Hydrocolloids*. 2015. Т. 44. С. 471–477.
10. Lee S.H. et al. Anti-inflammatory effect of fucoidan extracted from *Ecklonia cava* in zebrafish model // *Carbohydrate polymers*. 2013. Т. 92. №1. С. 84–89.

11. Marudhupandi T. et al. In vitro anticancer activity of fucoidan from *Turbinaria conoides* against A549 cell lines // *International journal of biological macromolecules*. 2015. T. 72. C. 919–923.
12. Nagumo T., Nishino T. Fucan sulfates and their anticoagulant activities // *Polysaccharides in medicinal applications*. 1996. C. 545–574.
13. Paşcalău V. et al. Curcumin delivered through bovine serum albumin/polysaccharides multilayered microcapsules // *Journal of biomaterials applications*. 2016. T. 30, №6. C. 857–872.
14. Pinheiro A.C. et al. Chitosan / fucoidan multilayer nanocapsules as a vehicle for controlled release of bioactive compounds // *Carbohydrate polymers*. 2015. T. 115. C. 1–9.
15. Senthilkumar K. et al. Brown seaweed fucoidan: biological activity and apoptosis, growth signaling mechanism in cancer // *International journal of biological macromolecules*. 2013. T. 60. C. 366–374.
16. Xia S. et al. Probing conformational change of bovine serum albumin–dextran conjugates under controlled dry heating // *Journal of agricultural and food chemistry*. 2015. T. 63. №16. C. 4080–4086.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

«Наука. Инновации. Технологии», №2, 2017

Галай Борис Федорович, доктор геолого-минералогических наук, профессор кафедры «Строительство» Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8(962)451-31-63. E-mail: galaybf@mail.ru.

Галай Олег Борисович, студент 5-го курса группы ПГ-121 специальности «Прикладная геология» кафедры «Геология нефти и газа» Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8(962)451-31-63. E-mail: galaybf@mail.ru.

Горлов Александр Семенович, кандидат технических наук, заведующий кафедрой высшей математики Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова (г. Белгород). Телефон 8-920-554-91-89. E-mail: belgoras@mail.ru.

Данилова Нина Евгеньевна, аспирант 3 года обучения направления 25.00.29 «Физика атмосферы и гидросферы» кафедры общей и теоретической физики Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8-918-769-22-07. E-mail: ninochka841@mail.ru.

Дегтярева Татьяна Васильевна, кандидат географических наук, доцент кафедры физической географии и кадастров Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8-919-731-84-98. E-mail: dtb.70@mail.ru.

Денисова Евгения Владимировна, кандидат биологических наук, доцент, заведующая кафедрой медицинской биохимии, клинической лабораторной диагностики и фармации Северо-Кавказского федерального университета. Телефон (8652) 33-08-53. E-mail: den_ev@mail.ru.

Шаповалов Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией ФГБУ «Высокогорный геофизический институт» (г. Нальчик). Телефон +78662402484. E-mail: atajuk@mail.ru.

Закинян Роберт Гургенович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8-918-778-86-75. E-mail: zakinyan@mail.ru.

Ирхин Валерий Петрович, доктор технических наук, профессор кафедры основ радиотехники и электроники Воронежского института ФЦИН России (г. Воронеж). Телефон (473) 267-47-95. E-mail: Val_irkhin@mail.ru.

Искалиев Динмухамед Жумабаевич, магистр географии, старший преподаватель кафедры географии Западно-Казахстанского государственного университета им. М.Утемисова (Республика Казахстан, г. Уральск). Телефон 87112503549. E-mail: iskaliyev84@mail.ru.

Копыткова Людмила Борисовна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры и геометрии Северо-Кавказского федерального университета. Телефон (962)40-38-133. E-mail: d212.256.08@mail.ru.

Кузнецов Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры безопасности информационных систем и технологий Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина (Украина, г. Харьков). Телефон +38057-705-10-83. E-mail: kuznetsov@karazin.ua.

Кульгина Людмила Михайловна, кандидат технических наук, доцент кафедры общей и теоретической физики Северо-Кавказского федерального университета. Телефон: 8-918-769-22-07. E-mail: zakinyan@mail.ru.

Малофей Александр Олегович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры высшей алгебры и геометрии Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8(962)403-62-88. E-mail: yzorsv@gmail.com.

Малофей Олег Павлович, кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры высшей алгебры и геометрии Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8(919)403-62-88. E-mail: ormalofey@yandex.ru.

Медведев Кирилл Юрьевич, магистр геолого-минералогических наук, геолог по разработке нефтяных и газовых месторождений 2 категории РУП «Производственное объединение «Белоруснефть» БелНИПИнефть (Республика Беларусь, г. Гомель). +375232793961. E-mail: K. Medvedev@beloil.by.

Мельник Вячеслав Александрович, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры основ радиотехники и электроники Воронежского института ФЦИН России (г. Воронеж). Телефон (473) 267-47-95. E-mail: Gloriy_@mail.ru.

Молчанов Эрик Николаевич, доктор биологических наук, профессор, главный научный сотрудник ФГБНУ «Почвенный институт им. В.В. Докучаева» (г. Москва). E-mail: enmol@bk.ru.

Пикмуллина Елена Олеговна, аспирант кафедры АиМЛ Новосибирского государственного технического университета (г. Новосибирск). Телефон 8-905-857-11-35. E-mail: elena187@list.ru.

Плахтюкова Виктория Сергеевна, аспирант 2 года обучения по специальности 25.00.08 «Инженерная геология, мерзлотоведение и грунтоведение» кафедры «Строительство» Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8(961)482-17-42. E-mail: pl_victoriya@mail.ru.

Разумов Виктор Владимирович, доктор географических наук, профессор, ведущий научный сотрудник ФГБНУ «Почвенный институт им. В.В. Докучаева» (г. Москва). E-mail: razumov_vv@mail.ru.

Разумова Наталья Викторовна, кандидат географических наук, доцент, ведущий научный сотрудник АО «Российские космические системы» (г. Москва). E-mail: razumova-nv@yandex.ru.

Рябинин Юрий Евгеньевич, адъюнкт, Краснодарское высшее военное училище им. генерала армии С.М. Штеменко (г. Краснодар). Телефон +7 (918) 621-85-28. E-mail: jurandvau@inbox.ru

Рязанов Валерий Игоревич, научный сотрудник, Высокогорный геофизический институт (г. Нальчик). Телефон +78662402484. E-mail: wer55@inbox.ru.

Савотченко Сергей Евгеньевич, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова (г. Белгород). Телефон 8-920-561-04-46. E-mail: savotchenko@hotmail.ru.

Сватовский Игорь Иванович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры безопасности информационных систем и технологий Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина (г. Харьков, Украина). +38057-705-10-83. E-mail: i.svatowsky@karazin.ua.

Семенова Юлия Александровна, аспирант 3 года обучения направления 25.00.29 «Физика атмосферы и гидросферы» кафедры общей и теоретической физики Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8-918-753-65-56. E-mail: brilliance_wave@mail.ru.

Сербин Виталий Викторович, старший преподаватель кафедры «Строительство» Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8(919)739-08-61. E-mail: serbin_vitaliy@mail.ru.

Соловьев Иван Алексеевич, кандидат географических наук, доцент кафедры социально-экономической географии, геоинформатики и туризма Северо-Кавказского федерального университета. Телефон +7(905) 4-55-624. E-mail: soloivan@mail.ru.

Супрунчук Виктория Евгеньевна, аспирант, ассистент кафедры медицинской биохимии, клинической лабораторной диагностики и фармации Северо-Кавказского федерального университета. Телефон (8652) 33-08-53. E-mail: vikasuprunchuk@gmail.com.

Финько Олег Анатольевич, доктор технических наук, профессор, советник Российской академии ракетных и артиллерийских наук (РАРАН), Краснодарское высшее военное училище им. генерала армии С.М. Штеменко (г. Краснодар). Телефон +79615874848. E-mail: ofinko@yandex.ru.

Чиркунов Юрий Александрович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (г. Новосибирск). Телефон (383)2-66-2758. E-mail: chr101@mail.ru.

Шагин Сергей Иванович, доктор географических наук, профессор кафедры географии Кабардино-Балкарского государственного университета им. Х.М. Бербекова (г. Нальчик). E-mail: safedra.geografii@yandex.ru.

Шальнев Виктор Александрович, доктор географических наук, профессор института повышения квалификации научно-педагогических кадров Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 89624470524; E-mail: 470524@yandex.ru.

Шаньгина Анастасия Евгеньевна, студентка 2 курса магистратуры Северо-Кавказского федерального университета. Телефон 8(919)731-66-52. E-mail: shangina_anastasya66@mail.ru.

Шаповалов Виталий Александрович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник ФГБУ «Высокогорный геофизический институт» (г. Нальчик). Телефон +78662402484. E-mail: vet555_83@mail.ru.

Шведов Дмитрий Сергеевич, адъюнкт кафедры основ радиотехники и электроники Воронежского института ФСИН России. Телефон (473) 2674-795.

Шевцов Алексей Владимирович, аспирант кафедры безопасности информационных технологий Харьковского национального университета радиоэлектроники (г. Харьков, Украина). Телефон +38057-702-14-25. E-mail: s1necerra@gmail.com.

ABOUT THE AUTHORS

«Наука. Инновации. Технологии», №2, 2017

Chirkunov Yuri Alexandrovich, Doctor of Philosophy, Head of the Department of Higher Mathematics of Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering. Phone: +7(383)2-66-2758. E-mail: chr101@mail.ru.

Danilova Nina Evgenievna, North-Caucasian Federal University, Graduate 3 years of study direction 25.00.29 "Physics of atmosphere and hydrosphere" Institute of Mathematics and Natural Sciences, Department of General and Theoretical Physics. Phone: 8-918-769-22-07. E-mail: ninochka841@mail.ru.

Degtyareva Tatyana Vasilyevna, candidate of geographical sciences, associate Professor of the Department of physical geography and cadastre North-Caucasian Federal University. E-mail: dtb.70@mail.ru. Phone: 89197318498.

Denisova Evgenija Vladimirovna, the candidate of biological sciences, the associate professor, head of department of the medical biochemistry, clinical laboratory diagnostics and pharmacy North Caucasus Federal University. Phone: (8652) 35-50-68. E-mail: den_ev@mail.ru.

Finko Oleg Anatolievich, adviser of the Russian Academy of rocket and artillery Sciences (raran), Ph.D., Dr. Sci., professor of department, Krasnodar Higher Military School named after Army General S.M. Shtemenko. Phone: +79615874848. E-mail: ofinko@yandex.ru.

Galay Boris Fedorovich, doctor of geological-mineralogical sciences, professor of faculty "Construction" the institute of construction, transport and engineering North-Caucasian Federal University. Phone: 8(962)451-31-63. E-mail: galaybf@mail.ru.

Galay Oleg Borisovich, the student of 5th course group PG-121 of a speciality «Applied Geology» of faculty «Geology of oil and gas» in the North-Caucasian Federal University. Phone: 8(962)451-31-63. E-mail: galaybf@mail.ru.

Gorlov Alexander Semenovich, Candidate of Engineering Sciences, Head of High Mathematics Department Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Phone: 8-920-554-91-89. E-mail: belgoras@mail.ru.

Irhin Valeriy Petrovich, doctor of technical sciences, professor of the chair of foundations of radio engineering and electronics of Voronezh institute of the Russian Federal Penitentiary Service. Phone: (473) 267-47-95. E-mail: Val_irhin@mail.ru.

Iskaliyev Dinmukhamed Zhumabaevich, master of geography, senior lecturer at the Department of geography of the West Kazakhstan state University named after M. Utemisov. Phone: 87112503549. E-mail: iskaliyev84@mail.ru.

Soloviev Ivan Alexseevich, the candidate of geographical sciences, associate professor of the department of social and economic geography, geoinformatic sand tourism North-Caucasian Federal University. Phone: +7(905) 41-55-624. E-mail: soloivan@mail.ru.

Kopytkova Lyudmila Borisovna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Higher Algebra and Geometry of the North Caucasus Federal University. Phone: (962) 40-38-133. E-mail: d212.256.08@mail.ru.

Kulygina Lyudmila Mikhailovna, North-Caucasian Federal University, Ph.D., Associate Professor, Department of General and Theoretical Physics. Phone: 8-918-769-22-07. E-mail: zakinyan@mail.ru.

Kuznetsov Aleksandr Aleksandrovich, doctor of technical sciences, professor, professor of the department of information systems and technologies security of V. N. Karazin Kharkiv National University. Phone: +38057-705-10-83. E-mail: kuznetsov@karazin.ua.

Malofey Alexander Olegovich, Ph.D in Engineering, assistant professor, assistant professor of higher algebra and geometry North-Caucasus Federal University. Phone: (962) 403-62-88. E-mail: yzorsv@gmail.com.

Malofey Oleg Pavlovich, Ph.D in Engineering, professor, professor of higher algebra and geometry North-Caucasus Federal University. Phone: 8(919)403-62-88. E-mail: opmalofey@yandex.ru.

Medvedev Kirill Yur'evich, Master of Geological and Mineralogical Sciences, geologist for the development of oil and gas fields of the 2nd category Belorusneft BelNIPIneft. Phone: +375232793961. E-mail: K.Medvedev@beloil.by.

Melnik Vyacheslav Aleksandrovich, candidate of physics and mathematics sciences, senior lecturer of the chair of foundations of radio engineering and electronics of Voronezh institute of the Russian Federal Penitentiary Service. Phone: (473) 267-47-95. E-mail: Gloriy_@mail.ru.

Molchanov Eric Nikolaevich, doctor of biology sciences, professor, Chief researcher of Federal State Budgetary Scientific Institution «Soil Institute of V.V. Dokuchayev». E-mail: enmol@bk.ru

Pikmullina Elena Olegovna, graduate student of Novosibirsk State Technical University. Phone: +7-905-857-11-35. E-mail: elena187@list.ru

Plakhtyukova Victoria Sergeevna, postgraduate student, 2 years of training in the specialty 25.00.08 "Engineering Geology, permafrost and soil" of faculty "Construction" the institute of construction, transport and engineering North-Caucasus Federal University. Phone: 8(961)482-17-42. E-mail: pl_victoriya@mail.ru.

Razumov Victor Vladimirovich, doctor of geographical sciences, professor, Leading researcher of Federal State Budgetary Scientific Institution «Soil Institute of V.V. Dokuchayev». E-mail: razumov_vv@mail.ru

Razumova Natalya Viktorovna, Leading researcher JSC Russian Space Systems, candidate of geographical sciences, associate professor. E-mail: razumova-nv@yandex.ru.

Ryabinin Jurii Evgenevich, assistant Professor, Krasnodar Higher Military School named after Army General S. M. Shtemenko. Phone: +7 (918) 621-85-28. E-mail: jurandvau@inbox.ru.

Ryazanov Valery Igorevich, researcher, High-Mountain Geophysical Institute. Phone: +78662402484. E-mail: wer55@inbox.ru.

Savotchenko Sergey Evgenyevich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of High Mathematics Department Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Phone: 8-920-561-04-46. E-mail: savotchenko@hotmail.ru

Semenova Yuliya Aleksandrovna, Graduate 3 years of study direction 25.00.29 "Physics of atmosphere and hydrosphere" of Department of General and Theoretical Physics North-Caucasian Federal University. Phone: 8-918-753-65-56. E-mail: brilliance_wave@mail.ru.

Serbin Vitaliy Victorovich, senior lecturer of faculty "Construction" the institute of construction, transport and engineering North-Caucasian Federal University. Phone: 8(919)739-08-61. E-mail: serbin_vitaliy@mail.ru.

Shagin Sergey Ivanovich, professor of department of geography of the Kabardino-Balkarian state university of H.M. Berbekov, doctor of geographical sciences. E-mail: кафедра.географии@yandex.ru.

Shalnev Viktor Aleksandrovich, doctor of geographical sciences, Professor, nstitute of Advanced Training of the teaching staff North-Caucasian Federal University. Phone: 89624470524. E-mail: 470524@yandex.ru.

Shangina Anastasia Evgenievna, student of second course of magistracy North-Caucasus Federal University. Phone: 8(919)731-66-52. E-mail: shangina_anastasya66@mail.ru.

Shapovalov Aleksandr Vasilyevich, doctor of phys.-math. sciences, professor, head of laboratory, High-Mountain Geophysical Institute. Phone: +78662402484. E-mail: atajuk@mail.ru.

Shapovalov Vitaly Aleksandrovich, candidate of phys.-math. sciences, senior researcher, High-Mountain Geophysical Institute. Phone: +78662402484. E-mail: vet555_83@mail.ru.

Shevtsov Aleksey Vladimirovich, postgraduate of the department of information technologies security of Kharkiv National University of Radio Electronics. Phone: +38057-702-14-25. E-mail: s1necerra@gmail.com.

Shvedov Dmitriy Sergeevich, adjunct of the chair of foundations of radio engineering and electronics of Voronezh institute of the Russian Federal Penitentiary Service. Phone: (473) 267-47-95.

Suprunchuk Viktoria Evgen'evna, post-graduate studies, assistant of the Department of the medical biochemistry, clinical laboratory diagnostics and pharmacy North Caucasus Federal University. Phone: 8 (8652) 35- 50-68. E-mail: vikasuprunchuk@gmail.ru.

Svatovskiy Igor Ivanovich, candidate of technical sciences, senior researcher, associate professor of the department of information systems and technologies security of V. N. Karazin Kharkiv National University. Phone: +38057-705-10-83. E-mail: i.svatowsky@karazin.ua.

Zakinyan Robert Gurgenovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of General and Theoretical Physics North Caucasus Federal University. Phone: 8-918-778-86-75. E-mail: zakinyan@mail.ru.

CONTENTS

«Наука. Инновации. Технологии», №2, 2017

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Irhin V.P., Melnik V.A., Shvedov D.S.

Combining different types of binary operations
in the nonposition calculators 7

Kopytkova L.B.

Analysis of algorithms performing basic arithmetic operations in the quadratic RNS 17

**Kuznetsov A.A., Svatovskiy I.I.,
Shevtsov A.V.**

Mathematical models of message authentication in the post-quantum cryptosystems based on error-correcting coding 29

**Malofey O.P., Malofey A.O.,
Shangina A.E.**

Analysis of algorithms of interference coding and improving the efficiency in the complex systems. 43

Ryabinin Ju.E., Finko O.A.

Mathematical model of hidden, noiseproof information transfer provided in the modular code 53

Savotchenko S.E., Gorlov A.S.

Resonance peculiarities of the forced wave
propagation in the liquid in the tubes 63

Chirkunov Yu.A., Pikmullina E.O.

Exact solutions of nonlinear shallow water
equations over square bottom 73

**Shapovalov A.V., Shapovalov V.A.,
Ryazanov, V.I.**

A mathematical model of aerosol distribution
in the near zone when working rocket engi-
nes 87

EARTH SCIENCES**Galay B.F., Serbin V.V.,
Plakhtyukova V.S., Galay O.B.**

Loess ground Northern Caucasus and Crimea
(comparative analysis) 97

**Danilova N.E., Kulygina L.M.,
Semenova Y.A., Zakinyan R.G.**

Study of the parameters atmospheric bound-
ary layer in the development of cloud conve-
ction 109

Degtyarova T.V., Shalnev V.A.

Geochemical fields of trace elements of land-
scape the alpine region of the Greater Cau-
casus 119

Iskaliyev D.Zh.

The urban settlement in Kazakhstan:
trends and factors 131

**Razumov V.V., Molchanov E.N.,
Razumova N.V., Shagin S.I.**

Flooding of lands in the Volga region of Rus-
sia 159

Soloviev I.A. Adaptation-integration aspects of state policy
in the North Caucasus in relation to immi-
grants 187

BIOLOGICAL SCIENCES

Suprunchuk V.E., Denisova E.V.
Protein-polysaccharide microcapsules formed
on matrices of different structures. 197

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ 207

ABOUT THE AUTHORS 209

Научное издание

НАУКА. ИННОВАЦИИ. ТЕХНОЛОГИИ

2017

Выпуск 2

Корректор — М.И. Толмачев.

Компьютерная версия — О.Г. Полевич.

Подписано в печать 27.07.2017. Формат 70 × 108 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Бумага офсетная. Усл. печ. л.
18,73. Тираж 1 000 экз.

Отпечатано в Издательско-полиграфическом комплексе
ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет».
355029, г. Ставрополь, пр-т Кулакова, 2.